

ΚΑΝΟΝΕΣ

1. Ταυτότητες

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a+b+\gamma)^2 = a^2 + b^2 + \gamma^2 + 2ab + 2a\gamma + 2b\gamma.$$

2.

Δυνάμεις

- $\alpha^v \xrightarrow{\text{εκθέρει}} \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha$
 $\downarrow$
 βάση
 $= \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{v \text{ φορές}}$

π.χ

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \text{ και όχι } 3 \cdot 4 = 12$$

- $\alpha^0 = 1 \quad \alpha^1 = \alpha \quad 1^v = 1 \quad 0^v = 0$

- $\alpha^v \cdot \alpha^\mu = \alpha^{v+\mu}$
 $\alpha^v : \alpha^\mu = \alpha^{v-\mu}$

} έχω ίδια βάση

- $\alpha^v \cdot \beta^v = (\alpha \beta)^v$
 $\alpha^v : \beta^v = (\alpha : \beta)^v$

} έχω ίδιο εκθέτη

$$(\alpha^v)^\mu = \alpha^{v \cdot \mu}$$

$$\frac{a^v}{a^{\mu}} = a^{v-\mu}$$

$$\frac{a^v}{b^v} = \left(\frac{a}{b}\right)^v$$

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-v} = \left(\frac{b}{a}\right)^v$$

Абхыш 1

$$A = 2 \cdot 3^2 - (-2)^2 + 8 : (-4) - 2^3$$

$$A = 2 \cdot 9 - 2^2 - 2 - 8 \cdot 3$$

$$A = 18 - 4 - 2 - 24$$

$$A = 14 - 2 - 24$$

$$A = 12 - 24$$

$$A = -12.$$

Пробохч

$$(-2)^2 = 2^2 = 4$$

$$-2^2 = -4$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^3 = -8$$

Азшшн 2

$$A = \frac{(2^2)^3 : (-2^3)^2}{(2^4 : 2^{-2})^{-1} \cdot (2^3)^2}$$

$$A = \frac{2^6 : 2^6}{[2^{4-(-2)}]^{-1} \cdot 2^6}$$

$$A = \frac{2^{6-6}}{(2^6)^{-1} \cdot 2^6} = \frac{2^0}{2^{-6} \cdot 2^6}$$

$$A = \frac{1}{2^{-6+6}} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$$

Άσκηση 3

Να γίνουν οι αναδοποισμοί.

$$\textcircled{\alpha} \quad (2x-1)^2 - (x+3)(x-1) + (x-1)(x+1) =$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - (x^2 - x + 3x - 3) + x^2 - 1$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - (x^2 + 2x - 3) + x^2 - 1$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - \cancel{x^2} - 2x + 3 + \cancel{x^2} - 1$$

$$= 4x^2 - 6x + 3,$$

Προδοχη

$$- (2x-3)(-x+1) = - (-2x^2 + 2x + 3x - 3)$$

$$x(x-1)(x+1) = x(x^2 - 1) = x^3 - x$$

$$\textcircled{\beta} (2-3x)^2 - (2x-1)(x+2) - (x-1)^2 =$$

$$= 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + (3x)^2 - (2x^2 + 4x - x - 2) - (x^2 - 2x + 1)$$

$$= 4 - 12x + 9x^2 - 2x^2 - 4x + x + 2 - x^2 + 2x - 1$$

$$= 6x^2 - 13x + 5.$$

$$\textcircled{\gamma} (1-2x)^3 - (-x+1)(1+x) =$$

$$= 1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot 2x + 3 \cdot 1 \cdot (2x)^2 - (2x)^3 - (1^2 - x^2)$$

$$= 1 - 6x + 3 \cdot 4x^2 - 8x^3 - (1 - x^2)$$

$$= 1 - 6x + 12x^2 - 8x^3 - 1 + x^2$$

$$= -8x^3 + 13x^2 - 6x$$

Οδηγός παραγοντοποίησης

1. Όταν έχω δύο όρους.

- i) κοινός παραγοντάς.
- ii) Διαφορά τετραγώνων $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- iii) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$,

2. Όταν έχω τρεις όρους.

- i) κοινός παραγοντάς.
- ii) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ή $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- iii) Παραγοντοποίηση τριωνύμου.

3. Όταν έχω τέσσερις όρους.

- i) κοινός παραγοντάς.
- ii) ομαδοποίηση
- iii) χωρίσω σε 3 και 1.

Παραγοντοποίηση Τριωνύμου

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$$

οπότε $\Delta = b^2 - 4a\gamma$.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta > 0$

Όταν $\Delta = 0$ τότε

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)^2$$

Όταν $\Delta < 0$ δεν παραγοντοποιείται.

Άσκηση 4

Να παραγοντοποιήσουν οι παραστάσεις.

$$\textcircled{\alpha} \quad 4x^2 - 6x^5 = 2x^2(2 - 3x^3)$$

$$\textcircled{\beta} \quad 16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2 = (4x-3)(4x+3).$$

$$\textcircled{\gamma} \quad 27 - x^3 = 3^3 - x^3 = (3-x)(9+3x+x^2)$$

$$\textcircled{\delta} \quad 2x^7 - 6x^3 - 8x^2 = 2x^2(x^5 - 3x - 4)$$

$$\textcircled{\epsilon} \quad 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$\textcircled{\zeta} \quad 2x^2 + x - 1 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+1),$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2(-1)$$

$$\Delta = 1 + 8$$

$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

→ $\frac{1}{2}$
→ -1

$$\textcircled{4} \quad x^3 - x^2 - x + 1 =$$

$$= x^2(\underline{x-1}) - (\underline{x-1}) =$$

$$= (x-1)(x^2-1)$$

$$= (x-1)(x-1)(x+1)$$

$$= (x-1)^2(x+1),$$

$$\textcircled{9} \quad x^4 - x^2 + 2x - 1 =$$

$$= x^4 - (x^2 - 2x + 1) =$$

$$= x^4 - (x-1)^2 =$$

$$= (x^2)^2 - (x-1)^2 =$$

$$= \left(\underset{\Delta=-3}{x^2 - x + 1} \right) \left(\underset{\Delta=5}{x^2 + x - 1} \right).$$

$$\Delta = -3$$

$$\Delta = 5$$