θεωρημα ενδιαμεσων τιμων

1. Εστω f ορισμενη σ'ενα κλειστο διαστημα $[\alpha,\beta]$

- f συνεχης στο $[\alpha,\beta]$
- $f(\alpha) \neq f(\beta)$

Τοτε για καθε αριθμο n μεταξυ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$ νδο υπαρχει τουλαχιστον ενα $x_0 \in (\alpha,\beta)$ τ.ω $f(x_0)=n$

<u>Αποδειξη</u>

Εστω οτι $f(\alpha)<n<f(\beta)$

Η $g(x)=f(x)-n$ συνεχης $[\alpha,\beta]$ ως π.σ.σ

$g(\alpha)=f(\alpha)-n<0$

$g(\beta)=f(\beta)-n>0$

Αρα $g(\alpha)g(\beta)<0$ Bolzano $\exists x_0 \in (\alpha,\beta)$

τ.ω $g(x_0)=0 \Rightarrow f(x_0)=n$

2. ΝΔΟ αν η f είναι παρ/μη στο x_0 είναι και συνεχής στο x_0

Απόδειξη

$$f(x) - f(x_0) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(x - x_0) \qquad x \neq x_0$$

$$\lim_{x \to x_0}\left[f(x) - f(x_0)\right] = \lim_{x \to x_0}\left[\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(x - x_0)\right]$$

$$\lim_{x \to x_0}\left(f(x) - f(x_0)\right) = f'(x_0) \cdot 0 = 0$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$ συνεχής στο x_0

3. Έστω $f(x) = c$. ΝΔΟ $f'(x) = 0$

Απόδειξη

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0}\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0}\frac{c - c}{x - x_0} = 0$$

4. Έστω $f(x) = x$. ΝΔΟ $f'(x) = 1$

Απόδειξη

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0}\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0}\frac{x - x_0}{x - x_0} = 1$$

5. Έστω $f(x) = \sqrt{x}$. ΝΔΟ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Απόδειξη

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0}\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0}\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{x - x_0}$$

$$= \lim_{x \to x_0}\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x_0})(\sqrt{x} + \sqrt{x_0})}{(x - x_0)(\sqrt{x} + \sqrt{x_0})} = \lim_{x \to x_0}\frac{\sqrt{x}^2 - \sqrt{x_0}^2}{(x - x_0)(\sqrt{x} + \sqrt{x_0})} =$$

$$= \lim_{x \to x_0}\frac{\cancel{x - x_0}}{\cancel{(x - x_0)}(\sqrt{x} + \sqrt{x_0})} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$$

6. Αν f, g παρ/μη στο x_0 νδο $f+g$ παρ/μη στο x_0

και $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$

Αποδειξη

$h(x) = f(x) + g(x)$

$h'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{h(x) - h(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) + g(x) - (f(x_0) - g(x_0))}{x - x_0}$

$= \lim_{x \to x_0} \boxed{\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}} = f'(x_0) + g'(x_0)$

7. Νδο αν $f(x) = \ln|x|$, $x \in \mathbb{R}^*$ παρ/μη στο $\mathbb{R}^*$

τοτε $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$

Αποδειξη

Αν $x > 0$ τοτε $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Αν $x < 0$ τοτε $[\ln(-x)]' = \frac{1}{-x}(-1) = \frac{1}{x}$

8. Εστω f συνεχη στο Δ και $f'(x) = 0$ για καθε εσωτερικο x του Δ

Νδο η f σταθερη στο Δ.

αποδειξη

Αρκει νδο $f(x_1) = f(x_2)$ $\forall x_1, x_2 \in \Delta$

→ Αν $x_1 = x_2$ τοτε $f(x_1) = f(x_2)$

→ Αν $x_1 < x_2$ τοτε η f ικανοποιει το ΘΜΤ

$f'(\xi) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

ομως $f'(x) = 0$ αρα $f'(\xi) = 0$ $\Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 0$

$\Rightarrow f(x_2) - f(x_1) = 0$ $\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

→ Αν $x_1 > x_2$ ομοιως.

Αρα $f(x_1) = f(x_2)$ $\forall x_1, x_2$

9. Εστω f, g συνεχεί στο Δ και $f'(x)=g'(x)$ για καθε εσωτερικο x του Δ

Νδο $f(x)=g(x)+c$

<u>Αποδειξη</u>

Αφου $f'(x)=g'(x)$

$$f'(x)-g'(x)=0$$

$$\left[f(x)-g(x)\right]'=0$$

$$f(x)-g(x)=c$$

$$f(x)=g(x)+c$$

10. Εστω f συνεχεί στο Δ. Αν $f'(x)>0$ σε καθε εσωτερικο x του Δ νδο $f \nearrow$

<u>Αποδειξη</u>

Αν $x_1<x_2$ τοτε η f ικανοποιει το ΘΜΤ

$f'(\xi)=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ και ομως $f'(x)>0$

Τοτε $f'(\xi)>0 \Rightarrow \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0 \Rightarrow f(x_2)-f(x_1)>0$

$f(x_2)>f(x_1)$

$f \nearrow$

11. Εστω f παρ/μη στο (α,β) με εξαιρεση ισως ενα σημειο x_0 στο οποιο η f ειναι συνεχής.
Αν $f'(x)>0$ στο (α, x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0,β) νδο το $f(x_0)$ τοπικο μεγιστο της f.

<u>Αποδειξη</u>

x	α	x_0	β
f'	$+$	$-$	
f	$\nearrow$	$\searrow$	

$x \le x_0$	$x \ge x_0$
$f \nearrow$	$f \searrow$
$f(x) \le f(x_0)$	$f(x) \le f(x_0)$

$f(x) \le f(x_0)$

αρα το $f(x_0)$ το ολικο μεγιστο

12. Εστω f παρ/μη στο (α,β) με εξαιρεση ισως ενα σημειο στο οποιο ειναι συνεχης.

Αν $f'(x)<0$ στο (α,x_0) , $f'(x)>0$ στο (x_0,β) νδο το $f(x_0)$ τοπικο ελαχιστο

Αποδειξη

x	α x_0	β
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$

$$\underbrace{\begin{array}{cc} x \le x_0 & x \ge x_0 \\ f \downarrow & f \nearrow \\ f(x) \ge f(x_0) & f(x) \ge f(x_0) \end{array}}$$

$f(x) \ge f(x_0)$

αρα το x_0 τοπικο ελαχιστο

13. Εστω f παρ/μη στο (α,β) με εξαιρεση ενα x_0 στο οποιο η f συνεχ. Αν η $f'(x)$ διατηρει προσημο στο $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$ νδο το $f(x_0)$ δεν ειναι ακροτατο και οτι η f γν. μονοτονη στο (α,β)

Αποδειξη

x	α x_0	β
$f'(x)$	$+$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$

Εστω $f'(x)>0$

$$\underbrace{\begin{array}{cc} x_1 < x_0 & x_0 < x_2 \\ f \nearrow & f \nearrow \\ f(x_1) < f(x_0) & f(x_0) < f(x_2) \end{array}}$$

$f(x_1) < f(x_0) < f(x_2)$

Το $f(x_0)$ δεν ειναι ακροτατο

Αφου $f \nearrow$ στο $(\alpha,x_0]$ και $[x_0,\beta)$

και $f(x_1) < f(x_0) < f(x_2)$ η $f \nearrow$ στο (α,β).

Συναρτήσεις		
1	Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .	Σ
2	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα x΄x, της γραφικής παράστασης της f.	Σ
3	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\sqrt{\lvert x\rvert}$, $x\in\mathbb{R}$ έχει άξονα συμμετρίας τον y΄y.	Σ
4	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α, Β αντίστοιχα, τότε η $g\circ f$ ορίζεται αν $f(A)\cap B\neq\varnothing$.	Σ
5	Αν για δύο συναρτήσεις f,g ορίζονται οι συναρτήσεις $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε ισχύει πάντοτε ότι $f\circ g=g\circ f$.	Λ
6	Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f\circ g$ και $g\circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f\circ g\neq g\circ f$.	Λ
7	Το πεδίο ορισμού της $g\circ f$ αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f, για τα οποία το $f(x)$ ανήκει στο πεδίο ορισμού της g.	Σ
8	Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h\circ(g\circ f)$ τότε ορίζεται και η $(h\circ g)\circ f$ και ισχύει $h\circ(g\circ f)=(h\circ g)\circ f$.	Σ
9	Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0\in A$, όταν $f(x)\geq f(x_0)$ για κάθε $x\in A$.	Σ
	Askisopolis	
10	Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1,x_2\in\Delta$ με $x_1<x_2$ τέτοια, ώστε $f(x_1)<f(x_2)$.	Λ
11	Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.	Λ
12	Μια συνάρτηση $f: A\to\mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε x_1, $x_2\in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1\neq x_2$, τότε $f(x_1)\neq f(x_2)$.	Σ
13	Μία συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ είναι συνάρτηση $1-1$, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1 x_2\in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1=x_2$, τότε $f(x_1)=f(x_2)$.	Λ
14	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι και 1-1 στο διάστημα αυτό.	Σ
15	Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.	Σ
16	Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x.	Σ
17	Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει ένα κοινό σημείο Α με την ευθεία $y=x$, τότε το σημείο Α ανήκει στη γραφική παράσταση της f^{-1}.	Σ
18	Αν η συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε ισχύει $f^{-1}(f(x))=x$, $x\in A$.	Σ
19	Αν μια συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x))=x$, $x\in A$ και $f(f^{-1}(y))=y, y\in f(A)$.	Σ
20	Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και x΄Oy΄.	Σ

21	Αν ένα σημείο $M(\alpha,\beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f, τότε το σημείο $M'(\beta,\alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f^{-1}.	Σ
22	Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.	Λ
23	Η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu x$ με $x\in\mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.	Λ
24	Αν μια συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι '1-1', τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.	Σ
25	Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το [0, 1] και σύνολο τιμών το [2, 3], τότε ορίζεται η $f\circ g$ με πεδίο ορισμού το [0, 1] και σύνολο τιμών το [2, 3].	Λ
	Όρια	
26	$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$, αν και μόνο αν $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\ell$.	Σ ✓
27	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα σύνολο της μορφής $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$ και ℓ ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-\ell)=0$.	Σ ✓
28	Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim\limits_{x\to x_0}\lvert f(x)\rvert=0$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$.	Σ ✓
29	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$ τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0.	Σ ✓
	Askisopolis	
30	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<0$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0.	Σ ✓
31	Αν οι συναρτήσεις έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x)\le g(x)$ κοντά στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\le \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	Σ ✓
32	Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ και $f(x)<g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0, ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	Λ
33	Αν υπάρχουν το $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$, τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	Λ
34	Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ και $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=0$.	Λ
35	Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[k]{f(x)}=\sqrt[k]{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}$ εφόσον $f(x)\ge 0$ κοντά στο x_0 με $k\in\mathbb{N}$ και $k\ge 2$.	Σ
36	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ και $f(x)>0$ κοντά στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=+\infty$.	Σ
37	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=0$.	Σ
38	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}(-f(x))=+\infty$.	Σ
39	Αν είναι $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0.	Λ
40	Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0.	Λ

41	Αν είναι $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x\to x_0} \|f(x)\| = +\infty$.	Σ
42	$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^{2\nu+1}}\right) = +\infty$ για κάθε $\nu \in \mathbb{N}$	Λ
43	Έστω μια συνάρτηση f που είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0)\cup(x_0,\beta)$. Ισχύει η ισοδυναμία $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow (\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty)$	Σ
44	Αν $\alpha > 1$ τότε $\lim_{x\to -\infty} \alpha^x = 0$.	Σ
45	Αν $0<\alpha<1$, τότε $\lim_{x\to -\infty} \alpha^x = +\infty$.	Σ
	Askisopolis	
46	$\lim_{x\to -\infty} e^x = -\infty$	Λ
47	$\lim_{x\to 0}\frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 1$.	Λ
48	Ισχύει ότι: $\lim_{x\to +\infty}\frac{\eta\mu x}{x} = 1$.	Λ
49	Ισχύει ότι: $\lim_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x} = 0$.	Λ
50	Ισχύει ότι: $\|\eta\mu x\| \le \|x\|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.	Σ
51	Ισχύει $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$	Σ
	Συνέχεια – Θεωρήματα συνέχειας	
52	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0, τότε η σύνθεση τους $g\circ f$ είναι συνεχής στο x_0.	Λ
53	Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[\alpha,\beta]$ και συνεχής στο $(\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει πάντοτε στο $[\alpha,\beta]$ μία μέγιστη τιμή.	Λ
54	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σε αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x\in\Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x\in\Delta$, δηλαδή διατηρεί σταθερό πρόσημο στο Δ.	Σ
56	Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.	Σ
56	Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ με $f(\alpha)<0$ και υπάρχει $\xi\in(\alpha,\beta)$ ώστε $f(\xi)=0$, τότε κατ' ανάγκη $f(\beta)>0$.	Λ
57	Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha,\beta]$ και υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0)=0$, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha)f(\beta)<0$.	Λ
58	Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.	Σ
59	Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ.	Σ
60	Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α,β), τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A,B), όπου $A=\lim_{x\to\alpha^+} f(x)$ και $B=\lim_{x\to\beta^-} f(x)$.	Λ

61	Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m.	Σ
	Παράγωγος	
62	Κάθε συνάρτηση f συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.	Λ
63	Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0.	Σ
64	Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_0.	Λ
65	Αν η f έχει δεύτερη παράγωγο στο x_0, τότε η f' είναι συνεχής στο x_0.	Σ
66	$(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x,\ x \in \mathbb{R}$.	Λ
67	Ισχύει ο τύπος $(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.	Λ
68	Για κάθε $x \in \mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x / \sigma\upsilon\nu x = 0\}$ ισχύει: $(\varepsilon\varphi x)' = -\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$.	Λ
69	$(\sigma\varphi x)' = \dfrac{1}{\eta\mu^2 x},\ x \in \mathbb{R} - \{x / \eta\mu x \neq 0\}$.	Λ
70	Αν $f(x) = \ln\|x\|$ για κάθε $x \neq 0$, τότε $f'(x) = \dfrac{1}{\|x\|}$ για κάθε $x \neq 0$.	Λ
	Askisopolis	
71	$(\ln\|x\|)' = -\dfrac{1}{x}$, για κάθε $x < 0$	Λ
72	Αν $f(x) = \alpha^x,\ \alpha > 0$, τότε ισχύει $(\alpha^x)' = x\alpha^{x-1}$.	Λ
73	Αν οι συναρτήσεις f,g είναι παραγωγίσιμες στο x_0, τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g'(x_0)$.	Λ
74	Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει: $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$.	Λ
75	Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$ τότε και η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_0) = \dfrac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{(g(x_0))^2}$.	Σ
76	Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha,\beta] \to \mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (α,β), αν $f(\alpha) = f(\beta)$, τότε υπάρχει ακριβώς ένα $\xi \in (\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi) = 0$.	Λ
77	Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$, στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle.	Σ
78	Κάθε συνάρτηση f, για την οποία ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in (\alpha,x_0) \cup (x_0,\beta)$, είναι σταθερή στο $(\alpha,x_0) \cup (x_0,\beta)$.	Λ

79	Έστω δύο συναρτήσεις f,g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ. Αν οι f,g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x)=g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ τότε ισχύει $f(x)=g(x)$ για κάθε $x\in\Delta$.	Λ
80	Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ.	Σ
81	Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ. Αν $f'(x)>0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ.	Λ
82	Έστω f μια συνάρτηση συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό x του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ τότε $f'(x)>0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ.	Λ
83	Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ.	Λ
84	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0)=0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0.	Λ
	Askisopolis	
85	Έστω συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha,\beta]$ και σημείο $x_0\in[\alpha,\beta]$ στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει ότι $f'(x_0)=0$.	Λ
86	Για κάθε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x)\neq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.	Λ
87	Δίνεται ότι η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο $\mathbb{R}$ και ότι η γραφική της παράσταση είναι πάνω από τον άξονα x'x. Αν υπάρχει κάποιο σημείο $A(x_0,f(x_0))$ της C_f, του οποίου η απόσταση από τον άξονα x'x είναι μέγιστη (ή ελάχιστη), τότε σε αυτό το σημείο η εφαπτομένη της C_f είναι οριζόντια.	Σ
88	Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.	Σ
89	Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f.	Σ
90	Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ, στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγός της είναι ίση με το 0, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ.	Σ
91	Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α,β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x)>0$ στο (α,x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0,β), τότε το x_0 είναι τοπικό ελάχιστο της f.	Λ
92	Έστω μία συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν $f''(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι κυρτή στο Δ.	Σ
93	Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση.	Λ
94	Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής.	Λ
95	Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f''(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.	Λ

96	Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν η f είναι κυρτή στο Δ , τότε υποχρεωτικά $f''(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ .	Λ
97	Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α,β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 . Αν η f είναι κυρτή στο (α,x_0) και κοίλη στο (x_0,β) ή αντιστρόφως, τότε το σημείο $A(x_0,f(x_0))$ είναι υποχρεωτικά σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f.	Λ
	Askisopolis	
98	Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu\geq 2$, η οποία έχει ασύμπτωτη.	Λ
99	Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μιά ασύμπτωτή της.	Σ

Απαντήσεις

Συναρτήσεις

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Σ	Σ	Σ	Σ	Λ	Λ	Σ	Σ	Σ	Λ	Λ	Σ	Λ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Λ

23	24	25
Λ	Σ	Λ

Όρια

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Λ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Λ	Λ	Λ	Σ	Σ	Σ	Σ	Λ	Λ	Σ	Λ	Σ	Σ	Σ	Λ	Λ

48	49	50	51
Λ	Λ	Σ	Σ

Συνέχεια – Θεωρήματα συνέχειας

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
Λ	Λ	Σ	Σ	Λ	Λ	Σ	Σ	Λ	Σ

Παράγωγος

62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
Λ	Σ	Λ	Σ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Σ	Λ	Σ	Λ	Λ	Σ	Λ

82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Σ	Σ	Σ	Σ	Λ	Σ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Σ

Μονάδες 4

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Ισχύει $|\eta\mu x| < |x|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$. Σ

β) Για οποιαδήποτε αντιστρέψιμη συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α ισχύει ότι $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$, για κάθε $x \in A$. Λ

γ) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0. Σ

δ) Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι κυρτή στο Δ. Σ

ε) Αν η f είναι συνεχής συνάρτηση στο $[\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή, Μ, και μια ελάχιστη τιμή, m. Σ

Μονάδες 10

Μονάδες 4

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν f,g είναι δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις με πεδία ορισμού Α και Β αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\frac{f}{g}$ είναι το $A \cap B$. Λ

β) Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε $f'(x_0)=0$. Σ

γ) Αν μια συνάρτηση f, η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α,β), παρουσιάζει στο σημείο $x_0 \in (\alpha,\beta)$ καμπή, τότε $f''(x_0)=0$. Σ

δ) Για οποιαδήποτε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, με $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$, ισχύει ότι $f(x)>0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$. Λ

ε) Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο x_0. Λ

Μονάδες 10

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Αν $0<\alpha<1$ τότε $\lim_{x\to+\infty}\alpha^x=0$. Σ

β) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0,1]$, παραγωγίσιμη στο $(0,1)$ και $f'(x)\neq 0$, για όλα τα $x\in(0,1)$, τότε $f(0)\neq f(1)$. Σ

γ) Η συνάρτηση $f(x)=\sigma\varphi x$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_2=\mathbb{R}-\{x\,|\,\eta\mu x=0\}$ και ισχύει $f'(x)=-\frac{1}{\eta\mu^2 x}$. Σ

δ) Ισχύει ότι $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x}=1$. Λ

ε) Αν $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx\geq 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x)\geq 0$, για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$.

Λ

Μονάδες 10

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν $\lim_{x\to x_0} f(x)>0$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0. Σ

β) Έστω μια συνάρτηση f συνεχής στο διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν $f(x)\geq 0$, για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$, τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx\geq 0$. Σ

γ) Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε $f'(x_0)=0$. Σ

δ) Ισχύει $\lim_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x}=0$. Λ

ε) Η συνάρτηση $f(x)=\ln|x|$, $x\in\mathbb{R}^*=\mathbb{R}-\{0\}$, είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ και ισχύει:

$$(\ln|x|)'=\frac{1}{|x|},\text{ για κάθε } x\in\mathbb{R}^*.$$ Λ

Μονάδες 10

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Αν $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ είναι μια "1-1" συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C′ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$. Σ

β) Ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$. Σ

γ) Για κάθε ζεύγος f, g συνεχών συναρτήσεων στο $[\alpha,\beta]$ ισχύει ότι:

$$\int_\alpha^\beta f(x)g(x)dx=\int_\alpha^\beta f(x)dx\cdot\int_\alpha^\beta g(x)dx \text{ .}$$

Λ

δ) Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0. Σ

ε) Οι γραφικές παραστάσεις πολυωνυμικών συναρτήσεων βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2 έχουν ασύμπτωτες.

Λ

Μονάδες 10

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι σύνθετες συναρτήσεις $g \circ f$ και $f \circ g$, τότε οι $g \circ f$ και $f \circ g$ δεν είναι υποχρεωτικά ίσες. Σ

β) Ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{συν}\, x - 1}{x} = 1$. Λ

γ) Εάν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $f(x_0)$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0. Σ

δ) Αν η f είναι συνεχής συνάρτηση στο $[α, β]$, με $\int_α^β f(x)dx = 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) = 0$, για κάθε $x \in [α, β]$. Λ

ε) Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0. Σ

Μονάδες 10

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$. Λ

β) Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης περιττού βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη. Λ.

γ) Για κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και γνησίως αύξουσα στο Δ, ισχύει ότι $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ. Λ

δ) Αν η $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ είναι μια «ένα προς ένα» ("1-1") συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$. Σ

ε) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές δεν είναι υποχρεωτικά ίσες. Σ

Μονάδες 10

A4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to 0}(x\eta\mu\frac{1}{x})=0$. Σ

β) Κάθε συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της χωρίζουν το πεδίο ορισμού της. Λ

γ) Η συνάρτηση $f(x)=x^{\alpha}$, $\alpha\in\mathbb{R}-\mathbb{Z}$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ και ισχύει ότι $f'(x)=\alpha x^{\alpha-1}$. Σ

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε διάστημα Δ και α, β, γ ∈ Δ, τότε ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta}f(x)\,dx=\int_{\alpha}^{\gamma}f(x)\,dx+\int_{\gamma}^{\beta}f(x)\,dx$. Σ

ε) Αν $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)<0$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0.

Σ

Μονάδες 10

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η σύνθεση της f με τη g, δηλαδή η συνάρτηση $g \circ f$, ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \varnothing$. Λ

β) Ισχύει ότι $|\eta\mu x| \leq |x|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Σ

γ) Ισχύει $(\sigma\varphi x)' = \dfrac{1}{\eta\mu^2 x}$, $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$. Λ

δ) Για κάθε συνάρτηση ισχύει ότι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα είναι το ολικό της μέγιστο. Λ

ε) Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx \geq 0$. Σ

Μονάδες 10

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Έστω μια συνάρτηση f, ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν

- η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$
- $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$

Σ

τότε υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0)=0$.

β) Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\widehat{O}y$ και $x'\widehat{O}y'$. Σ

γ) Η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x}$, $x\in[0,+\infty)$ είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της. Λ

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $f(x_0)$, τότε η σύνθεσή τους, $g\circ f$, είναι συνεχής στο x_0. Σ

ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της f ως προς τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 10

Λ

A4. ***Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.***

α) Έστω $f: A \to \mathbb{R}$ μια συνάρτηση η οποία είναι "1-1". Το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης, f^{-1}, της f είναι το σύνολο τιμών της f.

Σ

β) Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

Σ

γ) Αν $\nu \in \mathbb{N}^*$, ισχύει ότι $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x^{2\nu}} = -\infty$.

Λ

δ) Αν μια συνάρτηση είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

Λ

ε) Αν η συνάρτηση g είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $g(x_0)$, τότε η συνάρτηση $f \circ g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0)) \cdot g'(x_0)$.

Σ

Μονάδες 10