Θεματικη Ενοτητα

Fermat

1. Δινεται $f: R \to R$ με $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x - 3$ η οποια παρουσιαζει ακροτατο στο $x_0 = 1$. ΝΔο $\alpha = -6$

Αφου η f παρουσιαζει ακροτατο στο 1

Η f ειναι παρ/μη στο 1

Το 1 εσωτερικο του R

Απο Fermat $f'(1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 9$

$f'(1) = 3 + 2a + 9 = 0 \Rightarrow 2a = -12 \Rightarrow \underline{\underline{a = -6}}$

2. Δινεται $f(x) = e^{x-1} - a\ln x - 1$, $x > 0$

οπου $f(x) \geq 0$ $\forall x > 0$. Νδο $\alpha = 1$

Εχω δεδομενη ανισοτητα.

$$e^{x-1} - \alpha \ln x - 1 \geq 0$$

$$f(x) \geq 0$$

$$f(x) \geq f(1)$$

Εχω ακροτατο στο 1

Το $1 \in (0, +\infty)$

Η f παρ/μη στο 1.

Απο Fermat $f'(1) = 0$

$$f'(x) = e^{x-1} - \frac{\alpha}{x}$$

$$f'(1) = 1 - a = 0$$

$$\alpha = 1$$

3. Έστω f δύο φορές παραγωγίσιμη και $f'(0)=1$.

$$e^{f(x)} + x = f(f(x)) + e^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Νδο η f δεν έχει ακρότατα.

Έστω ότι η $f(x)$ έχει ακρότατο στο x_0

Η f παρ/μη στο x_0 και $x_0 \in (-\infty, +\infty)$

Fermat $f'(x_0)=0$

$$e^{f(x)} f'(x) + 1 = f'(f(x)) f'(x) + e^x$$

$\underline{x = x_0}$

$$e^{f(x_0)} f'(x_0) + 1 = f'(f(x_0)) f'(x_0) + e^{x_0}$$

$$0 + 1 = 0 + e^{x_0}$$

$$1 = e^{x_0} \Rightarrow \underline{\underline{x_0 = 0}}$$

άρα $f'(0)=0$ Άτοπο!

γιατί $f'(0)=1$

Άρα δεν έχει ακρότατα.