

Ζίσταμα

Μηχανή 5

1. Συνολο Τυπων

$$\textcircled{\alpha} f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\beta} f(x) = x + \frac{1}{x-1}, x \neq 1$$

$$\textcircled{\gamma} f(x) = \frac{x}{x^2+9}, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\delta} f(x) = x - 2\sqrt{x}, x \geq 0$$

$$\textcircled{\epsilon} f(x) = x + \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$\textcircled{\zeta} f(x) = x^2 + \frac{2}{x}, x > 0$$

$$\textcircled{\eta} f(x) = \sqrt{4-x^2}, x \in [-2, 2]$$

$$\textcircled{\theta} f(x) = e^x - ex, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\iota} f(x) = (x^2+x+1)e^x, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\kappa} f(x) = \frac{x^2}{e^x}, x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\lambda} f(x) = \frac{e^x}{x^2+1}, x \in \mathbb{R}$$

$$(p) f(x) = x \ln x - 2x, \quad x > 0$$

$$(v) H(x) = x^2 \ln x, \quad x > 0$$

$$(f) H(x) = \frac{\ln x}{x}, \quad x > 0$$

$$(o) H(x) = x + \ln(x^2 + 1) \quad x \in \mathbb{R}.$$

2. ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ

$$(a) f(x) = e^{x-1} - \ln x, \quad x > 0$$

$$(B) f(x) = (x-1) \ln x, \quad x > 0$$

$$(8) H(x) = e^x + \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(8) H(x) = e^{x-1} + x \ln x - 2x$$

$$(E) f(x) = x - \frac{\ln x}{x}, \quad x > 0$$

$$(j) f(x) = \frac{x^3 - 2 \ln x}{2x}, \quad x > 0$$

$$(n) f(x) = x^{\ln x}, \quad x > 0$$

3. κρίσιμα Σημεία - Συνολο Τύπων

$$\textcircled{\alpha} f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 1 \\ 2x^2 - 4x + 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{\beta} f(x) = \begin{cases} (x-2)e^{x-1} + 2, & x < 1 \\ -x^2 + 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{\gamma} f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3, & x < 1 \\ \frac{1}{x} + 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{\delta} f(x) = \begin{cases} nx, & -n < x \leq 0 \\ x^2 \ln x, & x > 0 \end{cases}$$

4. κυρτότητα

$$\textcircled{\alpha} f(x) = 6e^x - x^3, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\textcircled{\beta} f(x) = 2 \ln x - x^2 + 2, \quad x > 0$$

$$\textcircled{\gamma} f(x) = x - \frac{1}{x}, \quad x \neq 0$$

$$\textcircled{\delta} f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\textcircled{\epsilon} f(x) = x^2 (\ln x - 1) , x > 0$$

$$\textcircled{\zeta} f(x) = \varepsilon \varphi x - x , x \in \left(-\frac{\eta}{2}, \frac{\eta}{2}\right)$$

$$\textcircled{\eta} f(x) = \frac{\ln x}{x} , x > 0$$

$$\textcircled{\theta} f(x) = x^x$$

5. Ασυντηρητική

$$\textcircled{\alpha} f(x) = \frac{x}{x-1} , x \neq 0$$

$$\textcircled{\beta} f(x) = \frac{\ln x}{x^2} , x > 0$$

$$\textcircled{\gamma} f(x) = \frac{x^2}{x^2+1} , x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\delta} f(x) = \frac{e^x}{e^x+1} , x \neq 0$$

$$\textcircled{\epsilon} f(x) = 2x + \frac{1}{x^2} , x \neq 0$$

$$\textcircled{\zeta} f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$$

6. Πληρωμή μελέτη - Γραφική παράσταση

$$\textcircled{a} f(x) = x + \frac{1}{x-1}, \quad x \neq 0$$

$$\textcircled{b} f(x) = \frac{x}{x^2+1}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\gamma} f(x) = x^x, \quad x > 0$$

$$\textcircled{\delta} f(x) = \frac{\ln x}{x}, \quad x > 0$$

$$\textcircled{\epsilon} f(x) = 2e^{x-1} - x^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{\zeta} f(x) = \arcsin x - x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

7. Ολοκληρώματα

$$\textcircled{a} \int_0^1 x^3 - 2x^2 + 3x - 1 \, dx$$

$$\textcircled{b} \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 \, dx$$

$$\textcircled{\gamma} \int_0^1 e^{3x-1} - \frac{1}{2x+3} \, dx$$

$$\textcircled{\delta} \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+3} \, dx$$

$$\textcircled{E} \int_{-1}^0 x e^x dx$$

$$\textcircled{F} \int_0^n x \ln x dx$$

$$\textcircled{G} \int_0^1 x^2 \sin x dx$$

$$\textcircled{H} \int_1^e x^2 \ln x dx$$

$$\textcircled{i} \int_1^e \ln x dx$$

$$\textcircled{J} \int_0^1 e^x \ln x dx$$

$$\textcircled{K} \int_1^4 x \sqrt{x} dx$$

$$\textcircled{L} \int_0^3 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$\textcircled{M} \int_0^{-1} \frac{2x-3}{x^2-4x+3} dx$$

$$\textcircled{N} \int_0^1 \ln(4-x^2) dx$$

$$(6) \int_0^1 \frac{x^3}{x^2-4} dx$$

$$(7) \int_0^1 \frac{3x+2}{2x+1} dx$$

8. f ∘ g - g ∘ f

$$(a) f(x) = \ln(x-1), x > 1$$

Bpd got

$$g(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

$$(B) f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, x \neq -1$$

Bpd got

$$g(x) = \sqrt{x-1}, x \geq 1$$

$$(8) f(x) = \frac{x-1}{x+1}, x \neq -1$$

Bpd fog can f ∘ f

$$g(x) = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$(9) f(x) = \ln x, x > 0$$

f ∘ g can got.

$$g(x) = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$$

9. Αντιστροφή

α) $f(x) = e^x - 2, x \in \mathbb{R}$

β) $f(x) = \frac{3x-4}{x-1}, x \neq 1$

γ) $f(x) = 2 + \sqrt{x-1}, x \geq 1$

δ) $f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \quad x \in (-1, 1)$

ε) $f(x) = \frac{\ln x}{\ln x - 1} \quad x > e$

ζ) $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}, x \in \mathbb{R}$

η) $f(x) = (x-2)^2 + 3, x \leq 2$

10. Bolzano

α) Νόο η εξίσωση $x^3 = 3x - 1$ έχει τουλάχιστον μια ρίζα στο $(0, 1)$

β) Νόο η εξίσωση $e^x = 2 - x$ έχει μοναδική ρίζα στο $(0, 1)$.

γ) Νδο η εξίσωση $f(x) = \frac{2e^x - 3}{x^2 - x}$ έχει

τουλάχιστον μία ρίζα στο $(0,1)$

δ) Νδο η f τέμνει τον $x'x$ σε τουλάχιστον
ένα σημείο στο $(0,1)$ αν $f(x) = 3x^5 - x - 1$

ε) Νδο οι f και g τέμνουνται ακριβώς
μία φορά στο $(\frac{1}{2}, \ln 2)$ αν
 $f(x) = e^x$, $g(x) = \frac{1}{x}$

11. Εφαρμογή

α) Δίνεται $f(x) = \frac{2x-1}{x}$, $x \neq 0$.

Να βρεθεί η εφαπτομένη της f .

i) στο $x_0 = 1$

ii) η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων

iii) η οποία είναι παράλληλη στην $y=x$

iv) η οποία είναι παράλληλη στον $x'x$

v) η οποία έχει γωνία 135° με $x'x$

⑦ Δίνεται $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} - \ln 2, & x \leq 0 \\ \ln x + 2 \sin x, & 0 < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$
 όπου $\lambda > 0$, συνεχής.

i) νίο $\lambda = 1$.

ii) Να βρεί την εφαπτομένη της f στο 0
 και τη γωνία που σχηματίζει με τον x' .

⑧. Νόο η $y = x + 1$ εφαπτεται τη f
 αν $f(x) = x^2 - x + \frac{\lambda}{4}$

⑨ Να βρεί τα a, b ώστε $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$
 και $g(x) = ax^2 + bx + 1$ να έχου κοινή
 εφαπτομένη στο -1 .

12. Ερβασα

α) $E: (f, x', x, x=0, x=1)$ $f(x) = x^2 + 1$

β) $E: (f, x', x, x=0, x=\ln 2)$ $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

γ) $E: (f, x', x, x=2)$ $f(x) = x^3 - x$

δ) $E: (f, x', x, x=1)$ $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

$$\textcircled{\epsilon} \in \circ (f, g, x=1, x=2) \quad f(x) = \ln x, \quad g(x) = x$$

$$\textcircled{\gamma} \in \circ (f, g) \quad f(x) = x^3 \quad g(x) = 4x$$

$$\textcircled{\eta} \in \circ (f, g, x=2) \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad g(x) = e^{x-1}$$

$$\textcircled{\theta} \in \circ (f, g, x=2) \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad g(x) = \sqrt{x}$$

$$\textcircled{\iota} \in \circ (f, \epsilon, x'x) \quad \text{όπου } f(x) = \sqrt{x-1} \text{ και}$$

ε η εφαντομένη της $f(x)$
η οποία διέρχεται από την
αρχή των οξέων.

$$\textcircled{\kappa} \in \circ (f, \epsilon, y=1) \quad \text{όπου } f(x) = nx \quad x \in [0, n]$$

$\epsilon \circ y = x$.

13. ανισοτιμ - ολοκλήρωση

$$\textcircled{\alpha} \text{ Av } f(x) = \frac{e^x}{x^2+1} \quad \forall x \neq 0 \text{ και στα συνεχώς}$$

$$\forall x \quad 2 < \int_0^2 f(x) dx < \int \frac{2e^2}{5}$$

$$\textcircled{\beta} \text{ Av } f(x) = \frac{x}{\ln x} \text{ να βρω το σωστό απαν}$$

$$\text{και } \forall x \quad \int_2^3 f(x) dx > e.$$

8) Αν $f(x) = \ln \frac{1+e^x}{2}$ νδο η f είναι κυρτή

να Βρωτ την εφαπτομένη στο $x_0=0$ και

στη συνέχεια, νδο:

i) $\int_0^1 f(x) dx > \frac{1}{4}$

ii) $\int_1^2 \sqrt{x} f(x) dx > \frac{1}{5}(4\sqrt{2}-1)$