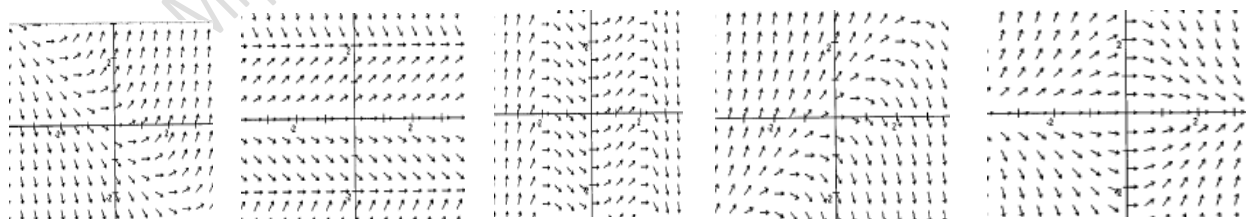


# Διαφορικές Εξισώσεις

## Τελική Εξέταση «επι Πτυχίο»

- 1) Λύστε το εξής πρόβλημα αρχικών τιμών  $x^2 \frac{dy}{dx} + 2xy - 1 = 0$ ,  $y(1) = 2$ .
- 2) Δώστε την γενική λύση της εξίσωσης  $\frac{d^2y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} + 10y = 2 \cos x$ .
- 3) Λύστε το εξής πρόβλημα αρχικών τιμών  $\frac{d^2y}{dx^2} + (x + 1)y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 3$ .
- 4) Δώστε την γενική λύση της εξίσωσης  $y'' - e^x y' + (e^x - 1)y = 0$ .
- 5) Λύστε το εξής πρόβλημα αρχικών τιμών  $\frac{dx}{dt} = 2x - 6y$ ,  $x(0) = 2$ ,  $\frac{dy}{dt} = x + 7y$ ,  $y(0) = 1$ .
- 6) Εάν  $\frac{dx}{dt} = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  τότε για ποιές τιμές του  $x(0)$  θα έχουμε  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 2$ ;
- 7) Βρείτε την συνάρτηση η οποία διέπει την μετατόπιση μιας ελαστικής χορδής της οποίας τα άκρα διατηρούνται σταθερά, ενώ τίθεται σε κίνηση απο την θέση ισοροπίας της με αρχική ταχύτητα  $g(x)$  όπου  $g$  μια δοθήσα συνάρτηση.
- 8) Αποδείξτε οτι ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης  $f(t) = \sin(at)$ ,  $t > 0$ , είναι η συνάρτηση  $F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$ .
- 9) Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης  $F(s) = \frac{2e^{-2s}}{s^2 - 4}$ .
- 10) Συνταιριάξτε τις παρακάτω εξισώσεις με τα παρακάτω πεδία διευθύνσεων.

$$\frac{dx}{dt} = y - x, \quad \frac{dx}{dt} = x + y, \quad \frac{dx}{dt} = -.5xy, \quad \frac{dx}{dt} = x - .25x^3, \quad \frac{dx}{dt} = y - .25y^3$$



Καλή Επιτυχία