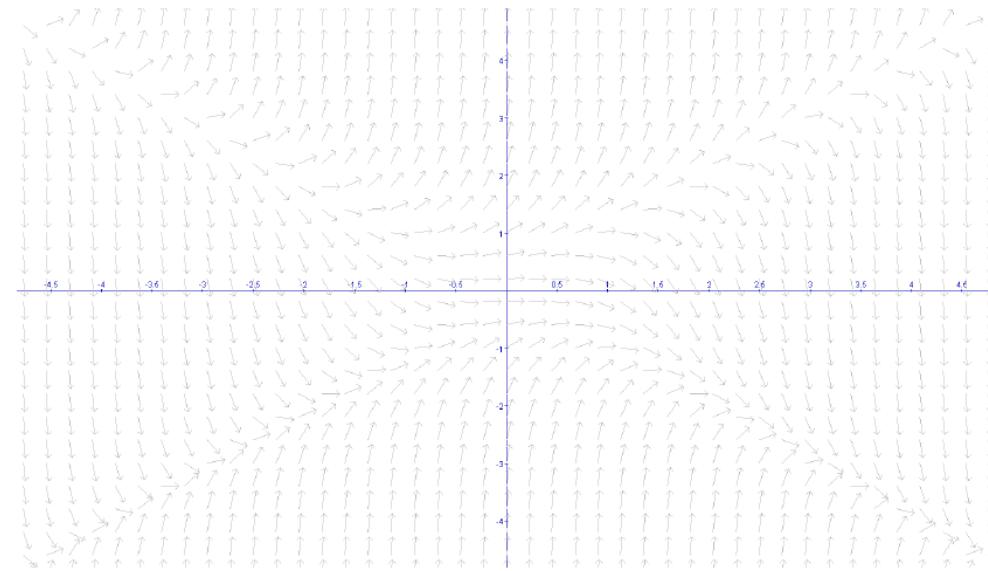


1. Βρείτε μια συγκεκριμένη λύση της εξισώσης $y'' - 4y = 4e^{2x}$.
2. Σε ένα ιχθυοτροφείο ο πληθυσμός των ψαριών αυξάνει κατά 50% κάθε μήνα. Αν ψαρεύουμε 15 από αυτά τα ψάρια κάθε μέρα
 - (α') Δώστε την εξισώση που αφορά τον πληθυσμό των ψαριών του ιχθυοτροφείου.
 - (β') Περιγράψτε τι θα συμβεί στο ιχθυοτροφείο σε βάθος χρόνου.
3. Θεωρήστε ένα σωματίδιο μάζας 1 συνδεδεμένο με ένα ελατήριο σταθεράς 25 το άλλο άκρο του οποίου είναι πακτωμένο σε ένα σταθερό σημείο. Εάν το σύστημα έχει σταθερά απόσβεσης b
 - (α') Δώστε την διαφορική εξισώση της θέσης του σωματιδίου $x(t)$.
 - (β') Αν $x(\pi/6) = 0$, $x(\pi/2) = 0$ και $x(t) > 0$ για $\pi/6 < t < \pi/2$ βρείτε την τιμή του b .
4. Θεωρήστε το παρακάτω πεδίο κατευθύνσεων της εξισώσης $y' = y^2 - x^2$.



- (α') Υπολογίστε (κατά προσέγγιση) την $y(100)$ όπου y είναι η λύση η οποία ικανοποιεί την αρχική συνθήκη $y(2) = 0$.
- (β') Υπολογίστε (κατά προσέγγιση) την $y(-1)$ όπου y είναι η λύση η οποία έχει τοπικό ακρότατο στο $x = -1$.

5. Θεωρήστε την εξισώση $y''' + 2y'' - 4y' - 8y = 0$
 - (α') Μετατρέψτε την παραπάνω εξισώση τρίτης τάξης σε ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης $\vec{x}' = A\vec{x}$.
 - (β') Ο πίνακας των συντελεστών A έχει ιδιοτιμές $r_1 = 2$ και $r_2 = r_3 = -2$ και τα εζής δύο ιδιοδιανύσματα $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Βρείτε την γενική λύση του παραπάνω συστήματος.