

1. (30) Δώστε την λύση των παρακάτω προβλημάτων
 (α') $y' + 4ty = e^{-2t^2} \cos(t)$, $y(0) = 6$.
 (β') $t^2 y'' + ty' - y = 0$, $y(1) = 10$, $y'(1) = 6$.
 (γ') $2ty^2 + 1 + 2t^2 yy' = 0$.
2. (15) Παίρνουμε ένα κοτόπουλο απο το ψυγείο μας το οποίο έχει σταθερή θερμοκρασία 10° , το τοποθετούμε αμέσως στον προθερμασμένο μας φούρνο ο οποίος έχει σταθερή θερμοκρασία 180° και μετά απο 3 ώρες διαπιστώνουμε ότι η θερμοκρασία του είναι 60° . Υπολογίστε μετά απο πόση ώρα η θερμοκρασία του θα είναι 80° .
3. (20) Δώστε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y(t)$
 (α') για $t \in [0, 12]$ όταν $y'' + y = \cos(2t)$, και $y(0) = y'(0) = 0$.
 (β') για $t \in [0, 3]$ όταν $y'' + 4y' + 13y = 0$, και $y(0) = y'(0) = \frac{1}{4}$.
4. (10) Δώστε μια εκτίμηση της τιμής του $y(t)$ για αρκετά μεγάλο t όταν $y' = y(1 - \frac{y}{2})$.
5. (15) Συνδέουμε ένα σωματίδιο $1Kg$ στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου του οποίου η σταθερά είναι ίση με $4N/m$ και υποθέτουμε ότι υπάρχει απόσβεση της οποίας η σταθερά είναι ίση με $0,1N - s/m$. Υπολογίστε την συχνότητα που πρέπει να ταλαντώσουμε το σύστημα έτσι ώστε αυτό να ταλαντωθεί με το μέγιστο δυνατό πλάτος.
6. (15) Δώστε μια συγκεκριμένη λύση y_p της εξίσωσης $y'' - \frac{2}{t}y' + \frac{2}{t^2}y = t \ln t$, $t > 0$, αν γνωρίζετε ότι η λύση της αντίστοιχης ομογενούς εξίσωσης είναι $y_c = c_1 t + c_2 t^2$.

Η βαθμολογική αξία του κάθε ερωτήματος δίνεται σε παρένθεση.

Τα παρακάτω ίσως σας φανούν χρήσιμα.

$$\cos x - \cos y = 2 \sin(y - x) \sin(y + x), \log \frac{10}{17} \approx -0.23, \log \frac{12}{17} \approx -0.15.$$

$$\int u^n \ln u du = \frac{u^{n+1}}{(n+1)^2} [(n+1) \ln u - 1] + C$$