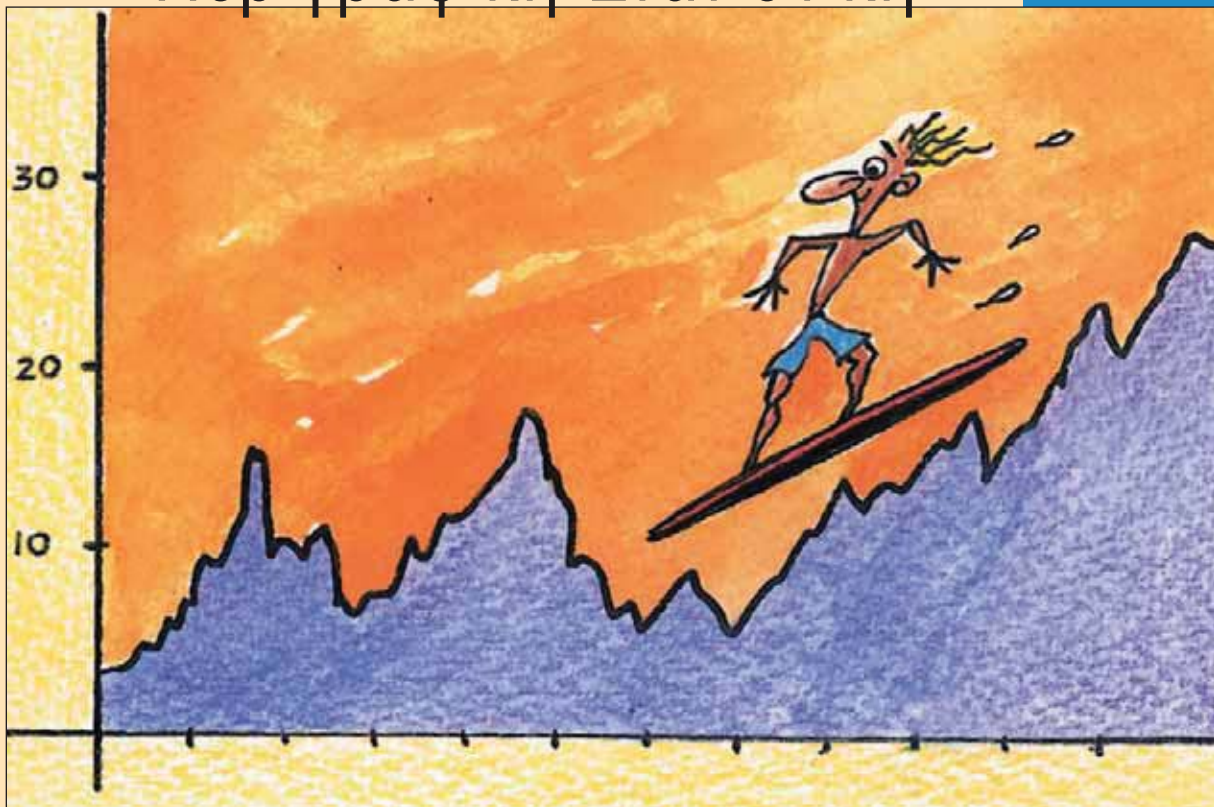


ΜΕΡΟΣ Α΄

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

Περιγραφική Στατιστική



# ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

- 4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός - Δείγμα
- 4.2 Γραφικές παραστάσεις
- 4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
- 4.4 Ομαδοποίηση παρατηρήσεων
- 4.5 Μέση τιμή - Διάμεσος

**Η** Στατιστική αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της ζωής μας.

*Τα αποτελέσματα των εκλογών ,  
οι προτιμήσεις των καταναλωτών,  
οι μονάδες τηλεθέασης αποτελούν  
μερικά μόνο παραδείγματα της  
χρήσης της Στατιστικής.*

*Αφού μελετήσουμε τις βασικές έννοιες,  
θα εξετάσουμε πώς τα στατιστικά  
αποτελέσματα παριστάνονται γραφικά  
μέσω διαγραμμάτων.*

*Θα γνωρίσουμε, τέλος, τον τρόπο με  
τον οποίο ομαδοποιούμε  
παρατηρήσεις και θα μελετήσουμε δύο  
χαρακτηριστικές τιμές μιας  
στατιστικής έρευνας:  
τη μέση τιμή και τη διάμεσο.*

# 4.1.

## Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Από μία έρευνα που έγινε μεταξύ των μαθητών ενός Γυμνασίου στη Βόρεια Ελλάδα σχετικά με τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις τους προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα: Από τους 60 μαθητές που απάντησαν στην έρευνα, 12 μαθητές προτιμούν τον ΠΑΟΚ, 6 την ΑΕΚ, 9 τον Ολυμπιακό, 18 τον Άρη Θεσσαλονίκης, 3 τον Παναθηναϊκό, 9 τον Ηρακλή και 3 τον ΟΦΗ.



- α) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών αυτού του Γυμνασίου που προτιμούν τον Άρη, τον ΠΑΟΚ και ποιο το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν τον Ηρακλή;
- β) Ποια είναι τα αντίστοιχα ποσοστά για τις υπόλοιπες ομάδες;
- γ) Είναι αξιόπιστα τα προηγούμενα αποτελέσματα, δηλαδή γενικεύονται για όλη την Ελλάδα;

### Λύση

- α) Οι μαθητές που προτιμούν τον Άρη είναι 18 στους 60. Μετατρέπουμε αυτόν τον αριθμό σε ποσοστό επί τοις εκατό:  $\frac{18}{60} = 0,3 = 30\%$
- Ομοίως, έχουμε:
- ❖ Για τον ΠΑΟΚ:  $\frac{12}{60} = 0,2 = 20\%$
  - ❖ Για τον Ηρακλή:  $\frac{9}{60} = 0,15 = 15\%$
- β) Για τις υπόλοιπες ομάδες τα ποσοστά είναι:
- ❖ Ολυμπιακός:  $\frac{9}{60} = 0,15 = 15\%$
  - ❖ ΑΕΚ:  $\frac{6}{60} = 0,1 = 10\%$
  - ❖ Παναθηναϊκός:  $\frac{3}{60} = 0,05 = 5\%$
  - ❖ ΟΦΗ:  $\frac{3}{60} = 0,05 = 5\%$
- γ) Προφανώς, τα αποτελέσματα δεν είναι αξιόπιστα, δηλαδή δε μπορούν να γενικευθούν για όλο το μαθητικό πληθυσμό των Γυμνασίων της Ελλάδας.

Για να εξασφαλίσουμε αξιοπιστία στα αποτελέσματα, θα πρέπει να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα διαφορετικά.

Θέλουμε να εξετάσουμε τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις των μαθητών όλων των Γυμνασίων της Ελλάδας. Οι μαθητές αυτοί αποτελούν τον «πληθυσμό» της έρευνάς μας.

Γενικά:

Ένα σύνολο του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς κάποιο χαρακτηριστικό τους, λέγεται **πληθυσμός**. Το χαρακτηριστικό (π.χ. η ομάδα προτίμησης στο ποδόσφαιρο) ως προς το οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού, ονομάζεται **μεταβλητή**.

Επειδή στην Ελλάδα υπάρχουν περίπου 400.000 μαθητές Γυμνασίου, δε θα μπορούσαμε φυσικά να τους ρωτήσουμε όλους. Στη δραστηριότητα είχαμε ένα «**δείγμα**» από 60 μαθητές, δηλαδή κάναμε μία «**δειγματοληψία**» (ή «**δημοσκόπηση**»). Το πλήθος των μαθητών που ρωτήσαμε (60 άτομα), αποτελεί το «**μέγεθος του δείγματος**».

Στη συνέχεια, διαπιστώσαμε ότι τα αποτελέσματα που βρήκαμε δε μπορούν να γενικευθούν για όλο τον πληθυσμό, αφού το δείγμα ήταν μόνο από μία περιοχή της Ελλάδας και δεν είναι «**αντιπροσωπευτικό**» του πληθυσμού.

### Απογραφή και Δειγματοληψία

Η συγκέντρωση στατιστικών δεδομένων γίνεται με απογραφή, με διαρκή εγγραφή και κυρίως με δειγματοληψία.



- Με την απογραφή συγκεντρώνονται στοιχεία απ' όλα τα άτομα του πληθυσμού σε μία καθορισμένη ημερομηνία. Στη χώρα μας η απογραφή του πληθυσμού γίνεται κάθε 10 χρόνια από την ΕΣΥΕ (Εθνική Στατιστική Υπηρεσία της Ελλάδας).
- Η διαρκής εγγραφή γίνεται καθημερινά στα ληξιαρχεία στα οποία καταχωρούνται γεννήσεις, γάμοι κ.τ.λ., στα τελωνεία για εμπορεύματα, στα νοσοκομεία για ασθένειες κ.τ.λ.
- Σε μια δειγματοληψία συγκεντρώνουμε στοιχεία μόνο από ένα μέρος του πληθυσμού, που λέγεται δείγμα και προσπαθούμε να εξαγάγουμε συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό.

Η δειγματοληψία, σε σύγκριση με την απογραφή, έχει το πλεονέκτημα του μικρού κόστους και της ταχύτητας συγκέντρωσης των πληροφοριών. Από την άλλη πλευρά, όμως, έχει το μειονέκτημα ότι ο σχεδιασμός και η εκτέλεσή της χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή, γιατί διαφορετικά δεν οδηγούν σε σωστά συμπεράσματα.

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ**

Για να εκτιμήσουμε το αποτέλεσμα των ερχομένων βουλευτικών εκλογών, ρωτήσαμε 3.000 φοιτητές για το κόμμα που θα ψηφίσουν.

- α) Ποιος είναι ο πληθυσμός και ποιο είναι το δείγμα; Είναι το δείγμα αντιπροσωπευτικό;  
 β) Αν οι φοιτητές προτίμησαν τα κόμματα Α, Β, Γ με ποσοστά 40%, 35% και 25% αντίστοιχα, να βρείτε πόσοι από αυτούς προτίμησαν το Α κόμμα, πόσοι το Β και πόσοι το Γ;

**Λύση:** α) Ο πληθυσμός είναι όλοι οι Έλληνες ψηφοφόροι, ενώ το δείγμα είναι οι 3.000 φοιτητές. Το δείγμα αυτό δεν είναι αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού, γιατί οι φοιτητές αποτελούν μια ειδική κατηγορία ψηφοφόρων (έχουν νεαρή ηλικία, ανώτερο επίπεδο σπουδών και ριζοσπαστικό τρόπο σκέψης).

β) Το κόμμα Α το προτίμησαν  $3.000 \cdot \frac{40}{100} = 1.200$  φοιτητές.

Το κόμμα Β το προτίμησαν  $3.000 \cdot \frac{35}{100} = 1.050$  φοιτητές.

Το κόμμα Γ το προτίμησαν  $3.000 \cdot \frac{25}{100} = 750$  φοιτητές.

**ΕΡΩΤΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ**

Ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει απορρυπαντικά για να προωθήσει ένα νέο προϊόν, έκανε πρώτα μία έρευνα της ελληνικής αγοράς. Απευθύνθηκε σε μια εταιρεία δημοσκοπήσεων και ζήτησε να μάθει πόσες φορές οι ελληνίδες νοικοκυρές αγοράζουν απορρυπαντικό κάθε μήνα. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων επέλεξε να ρωτήσει 2000 νοικοκυρές και έδωσε τα αποτελέσματα στον εργοστασιάρχη.

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

- Ο πληθυσμός της έρευνας είναι:
  - Όλοι οι Έλληνες πολίτες.
  - 2000 νοικοκυρές.
  - Όλες οι ελληνίδες νοικοκυρές.
  - Όλοι οι πελάτες των σούπερ-μάρκετ.
- Η μεταβλητή της έρευνας είναι:
  - Οι ελληνίδες νοικοκυρές.
  - Τα απορρυπαντικά που κυκλοφορούν στην Ελλάδα.
  - Το απορρυπαντικό που χρησιμοποιούν οι ελληνίδες νοικοκυρές.
  - Πόσες φορές αγοράζουν απορρυπαντικό οι ελληνίδες νοικοκυρές.
- Το μέγεθος του δείγματος είναι:
  - Περίπου 5.000.000 ελληνίδες νοικοκυρές.
  - Οι 2000 νοικοκυρές που ρωτήθηκαν.
  - Το πλήθος των απορρυπαντικών που αγοράζονται κάθε μήνα.
  - Όλες οι μάρκες απορρυπαντικών που κυκλοφορούν στην ελληνική αγορά.





## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να υπολογίσετε χωρίς μολύβι και χαρτί:

- α) το 100% του 72
- β) το 50% του 60
- γ) το 25% του 80
- δ) το 10% του 70
- ε) το 20% του 80
- στ) το 72% του 100

2 Να υπολογίσετε:

- α) το 15% του 80
- β) το 40% του 60
- γ) το 35% του 120
- δ) το 75% του 80
- ε) το 30% του 30
- στ) το 5% του 1000

3 Το 15 είναι το 25% του αριθμού:

- α) 25, β) 60, γ) 100, δ) 40.

4 Το 15% του αριθμού 200 είναι:

- α) 30, β) 7, γ) 21, δ) 42.

5 Σε μια έρευνα που έγινε σε 2000 άτομα οι 300 ήταν νέοι κάτω των 25 ετών. Τι ποσοστό του δείγματος αντιπροσωπεύει ο αριθμός αυτός;

6 Σε μια δημοσκόπηση που έγινε για τις Προεδρικές εκλογές, 360 άτομα απάντησαν ότι προτιμούν τον υποψήφιο «Α», 280 άτομα τον υποψήφιο «Β», και 160 άτομα τον υποψήφιο «Γ». Ποια είναι τα ποσοστά κάθε υποψηφίου σ' αυτή τη δημοσκόπηση;



7 Σ' ένα σχολείο φοιτούν 120 αγόρια και 180 κορίτσια. Στη Β' Γυμνασίου φοιτούν συνολικά 90 άτομα.

- α) Ποιο είναι το ποσοστό των κοριτσιών στο σχολείο;
- β) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών της Β' Γυμνασίου;

8 Για να βρούμε τα ποσοστά των οπαδών των ομάδων ποδοσφαίρου, ρωτήσαμε 1000 άτομα στον Πειραιά ποια ομάδα υποστηρίζουν.



Ποιος είναι ο πληθυσμός της έρευνας και ποιο το δείγμα; Είναι το δείγμα αξιόπιστο;

9 Η Κατερίνα για να βρεί το δημοφιλέστερο τραγούδι την περίοδο αυτή, σκοπεύει να ρωτήσει τους μαθητές ενός σχολείου. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το αποτέλεσμα της έρευνας δε θα είναι αντικειμενικό; Τι πρέπει να κάνει η Κατερίνα για να καταλήξει σ' ένα αξιόπιστο συμπέρασμα;



## 4.2. Γραφικές παραστάσεις



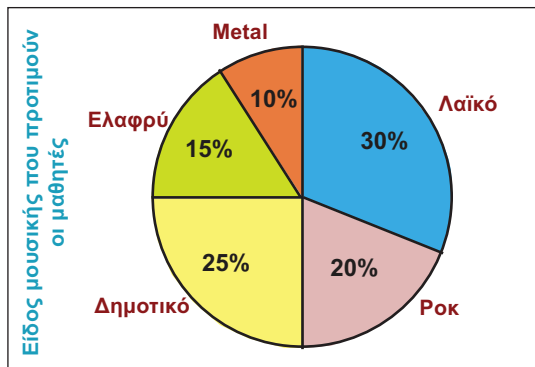
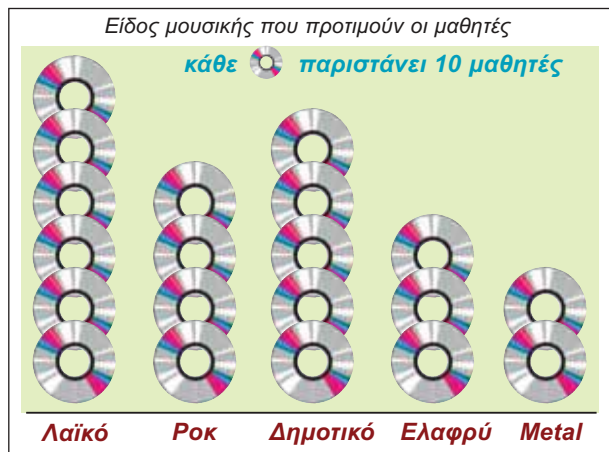
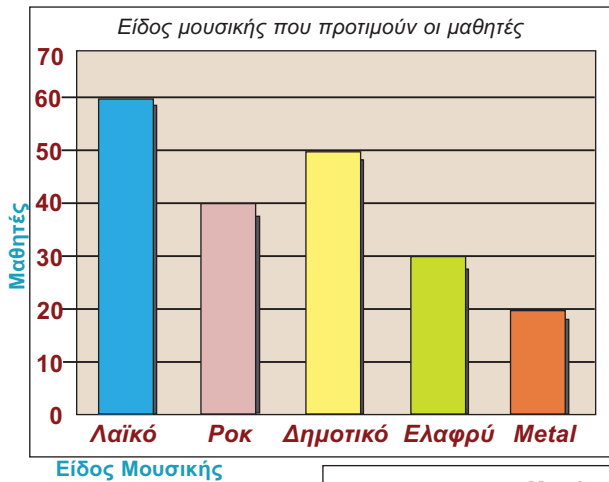
### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Μια δισκογραφική εταιρεία προσπαθεί να επεκτείνει τις πωλήσεις της σε εφήβους. Προτού να επενδύσει σε είδη μουσικής που προτιμούν οι μαθητές, αποφασίζει να κάνει μία έρευνα ανάμεσα σε 200 μαθητές που επέλεξε τυχαία απ' όλη την Ελλάδα. Ο υπεύθυνος, που έκανε την έρευνα, παρουσίασε στο διευθυντή της εταιρείας τις παρακάτω τρεις γραφικές παραστάσεις (διαγράμματα).

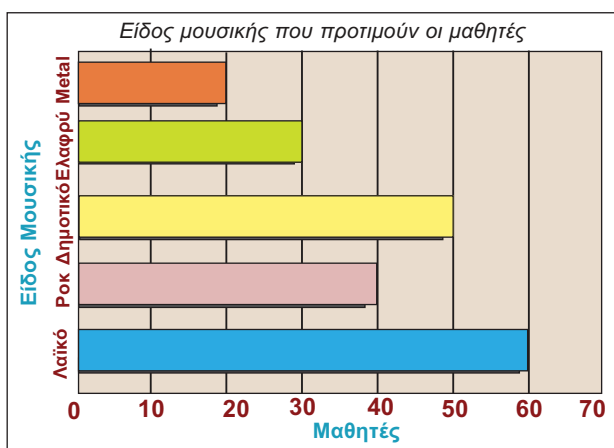
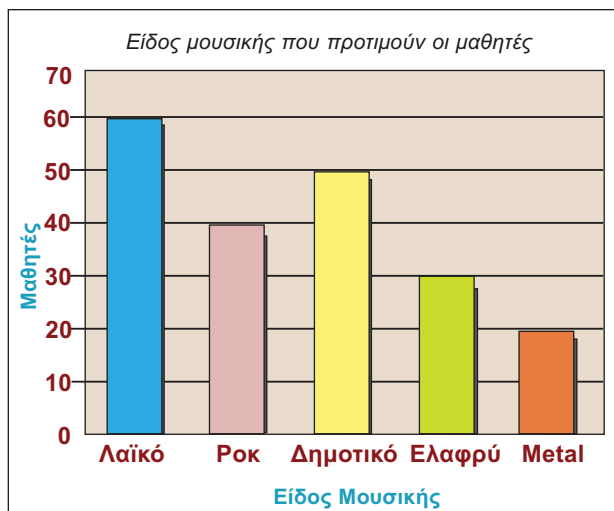
- Πόσοι μαθητές προτίμησαν κάθε είδος μουσικής;
- Σε ποια είδη μουσικής προτείνετε να επενδύσει η εταιρεία;

### Λύση

- Παρατηρούμε ότι 60 μαθητές στους 200 προτιμούν λαϊκό τραγούδι, δηλαδή ποσοστό 30%. 40 μαθητές στους 200 προτιμούν το ροκ, δηλαδή ποσοστό 20%. 50 μαθητές στους 200 προτιμούν το δημοτικό τραγούδι, δηλαδή ποσοστό 25%. 30 μαθητές στους 200 προτιμούν το ελαφρύ, δηλαδή ποσοστό 15%, ενώ 20 μαθητές στους 200 προτιμούν το Metal, δηλαδή ποσοστό 10%.
- Η εταιρεία πρέπει να επενδύσει κατά σειρά προτεραιότητας στο λαϊκό, δημοτικό, ροκ, ελαφρύ και metal.



Τέτοια διαγράμματα βλέπουμε καθημερινά στις εφημερίδες και τα περιοδικά, που παρουσιάζουν τα αποτελέσματα μιας έρευνας με τρόπο πιο παραστατικό και κατανοητό. Ας δούμε μερικά διαγράμματα που χρησιμοποιούμε πιο συχνά:



## Εικονογράμματα

Στα **εικονογράμματα** χρησιμοποιούμε την εικόνα ενός αντικειμένου για να δείξουμε πόσες φορές αυτό παρουσιάζεται στην έρευνά μας. Σ' ένα τέτοιο διάγραμμα, βέβαια, πρέπει να υπάρχει ο **τίτλος** που μας κατατοπίζει για το είδος και τη μεταβλητή της έρευνας, η **κλίμακα** που δείχνει τον αριθμό των αντικειμένων που παριστάνει η εικόνα (π.χ. στο διπλανό εικονογράμμα, κάθε CD παριστάνει 10 μαθητές) καθώς και ο **τίτλος κάθε στήλης** (π.χ. λαϊκό - ροκ - δημοτικό κ.τ.λ.)

## Ραβδογράμματα

Στα **ραβδογράμματα** χρησιμοποιούμε ορθογώνια για να δείξουμε το πλήθος των μαθητών που δήλωσαν ότι προτιμούν ένα συγκεκριμένο είδος μουσικής. Σ' ένα τέτοιο ραβδόγραμμα πρέπει, βέβαια, να υπάρχουν ο τίτλος του που μας κατατοπίζει για το είδος της έρευνας και οι τίτλοι των αξόνων. Αυτοί οι τίτλοι αξόνων μας δείχνουν ότι ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τα είδη της μουσικής και ο κάθετος άξονας τον αριθμό των μαθητών.

Τα ραβδογράμματα, γενικά, σχεδιάζονται εύκολα και είναι πιο ακριβή από τα εικονογράμματα.

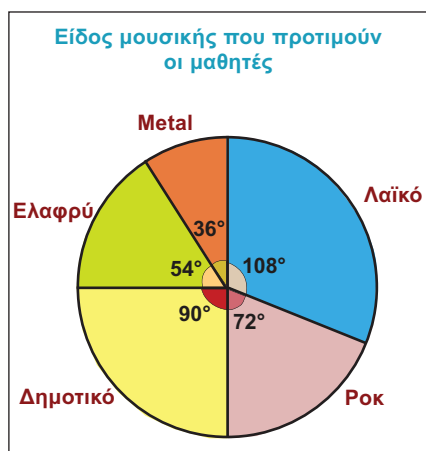
Τα ορθογώνια ενός ραβδογράμματος μπορεί να είναι τοποθετημένα οριζόντια, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Πολλές φορές αντί για ορθογώνια, σχεδιάζουμε κάθετες γραμμές.

## Κυκλικά διαγράμματα

Στα **κυκλικά διαγράμματα** μπορούμε να δούμε τι μέρος του δείγματος προτιμά κάθε είδος μουσικής. Συγκεκριμένα, το δείγμα παριστάνεται με έναν κυκλικό δίσκο και οι τιμές της μεταβλητής με κυκλικούς τομείς





διαφορετικού χρώματος. Πώς, όμως, υπολογίζουμε τη γωνία κάθε κυκλικού τομέα;

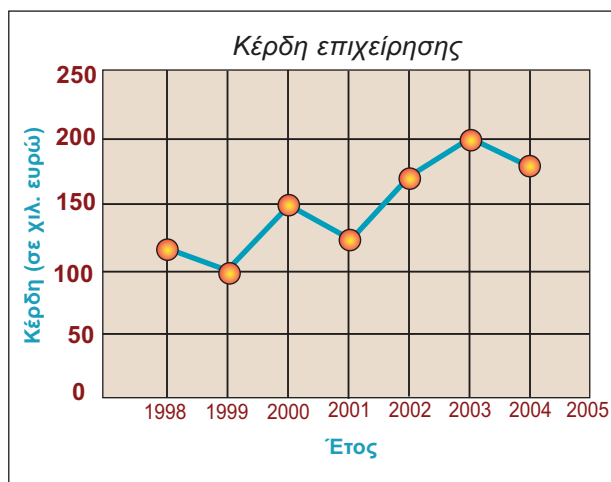
Επειδή έλαβαν μέρος στην έρευνα 200 άτομα και ο κύκλος έχει  $360^\circ$ , θα πρέπει τα 200 άτομα να αντιστοιχούν στις  $360^\circ$ .

Επομένως, τα 60 άτομα που δήλωσαν ότι προτιμούν το λαϊκό τραγούδι, θα πρέπει να αντιστοιχούν σε μία γωνία  $\theta$ , τέτοια ώστε:  $\frac{200}{60} = \frac{360^\circ}{\theta}$ .

Επομένως έχουμε:  $\theta = \frac{60}{200} \cdot 360^\circ$  ή  $\theta = 108^\circ$ .

Με όμοιο τρόπο υπολογίζουμε και τις υπόλοιπες γωνίες του κυκλικού διαγράμματος:

- Για το ροκ:  $\theta = \frac{40}{200} \cdot 360^\circ = 72^\circ$
- Για το δημοτικό:  $\theta = \frac{50}{200} \cdot 360^\circ = 90^\circ$
- Για το ελαφρύ:  $\theta = \frac{30}{200} \cdot 360^\circ = 54^\circ$
- Για το metal:  $\theta = \frac{20}{200} \cdot 360^\circ = 36^\circ$




## Χρονογράμματα

Τα **χρονογράμματα** είναι διαγράμματα, τα οποία χρησιμοποιούμε για να παραστήσουμε τη χρονική εξέλιξη ενός φαινομένου. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να παραστήσουμε τα κέρδη μιας εταιρείας (σε χιλιάδες €) κατά τα έτη 1998 - 2004 (πίνακας 1), μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το διπλανό χρονογράμμα.

Έτος	Κέρδη (χιλ. €)
1998	120
1999	100
2000	150
2001	130
2002	170
2003	200
2004	180

Πίνακας 1

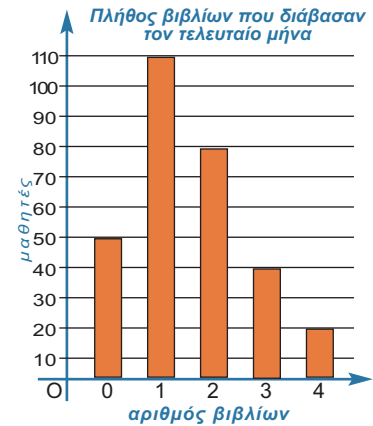
## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Σε μια έρευνα που έγινε σε δείγμα 300 μαθητών σχετικά με το πλήθος των εξωσχολικών βιβλίων που διάβασαν τον τελευταίο μήνα, προέκυψαν τα αποτελέσματα του διπλανού πίνακα. Για τα δεδομένα αυτά να κατασκευάσετε ραβδόγραμμα, κυκλικό διάγραμμα και εικονόγραμμα (με εικόνα  = 10 μαθητές).

Αριθμός βιβλίων	Μαθητές
0	50
1	110
2	80
3	40
4	20

**Λύση:** ➤ **Για το ραβδόγραμμα:**

Στον οριζόντιο άξονα  $x'x$  τοποθετούμε τους αριθμούς 0, 1, 2, 3, 4 της πρώτης στήλης του πίνακα και στον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  τους αριθμούς 0 έως 110 (ανά 10). Στη συνέχεια, κατασκευάζουμε ορθογώνια με ίσες βάσεις και αντίστοιχα ύψη, ίσα με τους αριθμούς της δεύτερης στήλης του πίνακα.

➤ **Για το κυκλικό διάγραμμα:**

Για να κατασκευάσουμε το κυκλικό διάγραμμα, πρέπει να υπολογίσουμε τις αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες. Το πλήθος των ατόμων του δείγματος (300 άτομα) αντιστοιχεί στις  $360^\circ$  του κύκλου. Άρα:

– Για τους 50 μαθητές που δε διάβασαν κανένα βιβλίο έχουμε:  $\frac{300}{50} = \frac{360^\circ}{\theta}$

$$\text{οπότε: } \theta = \frac{50}{300} \cdot 360 = \frac{1}{6} \cdot 360 = 60^\circ.$$

– Ομοίως, για τους 110 μαθητές που διάβασαν ένα βιβλίο έχουμε:

$$\theta = \frac{110}{300} \cdot 360 = 11 \cdot 12 = 132^\circ.$$

– Για τους 80 μαθητές που διάβασαν 2 βιβλία:  $\theta = \frac{80}{300} \cdot 360 = 8 \cdot 12 = 96^\circ.$

– Για τους 40 μαθητές που διάβασαν 3 βιβλία:  $\theta = \frac{40}{300} \cdot 360 = 4 \cdot 12 = 48^\circ.$

– Για τους 20 μαθητές που διάβασαν 4 βιβλία:  $\theta = \frac{20}{300} \cdot 360 = 2 \cdot 12 = 24^\circ.$



Με τη βοήθεια ενός μοιρογνωμόνιου χωρίζουμε τον κύκλο σε κυκλικούς τομείς με επίκεντρες γωνίες  $60^\circ$ ,  $132^\circ$ ,  $96^\circ$ ,  $48^\circ$  και  $24^\circ$  και συμπληρώνουμε τους τίτλους σε κάθε κυκλικό τομέα.

➤ **Για το εικονόγραμμα:**

Αφού η εικόνα  αντιστοιχεί σε 10 μαθητές:

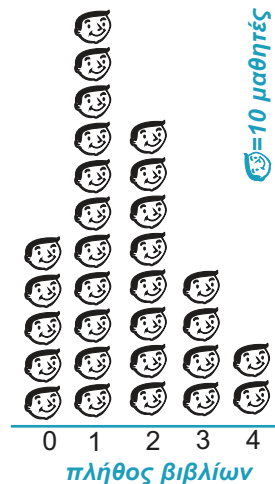
– Για 50 μαθητές που δε διάβασαν κανένα βιβλίο, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε 5 φορές την εικόνα  $\left(\frac{50}{10} = 5\right)$ .

– Ομοίως, για τους 110 μαθητές που διάβασαν ένα βιβλίο, θα χρησιμοποιήσουμε  $\frac{110}{10} = 11$  φορές την εικόνα.

– Ομοίως, βρίσκουμε για 80 μαθητές, 8 φορές την εικόνα.

– Για 40 μαθητές, 4 φορές την εικόνα.

– Για 20 μαθητές, 2 φορές την εικόνα.





## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Ρωτήσαμε μερικούς μαθητές ενός Γυμνασίου πόσες φορές πήγαν στον κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.



Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

	A	B	Γ	Δ
1. Το πλήθος των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν:	8	5	25	100
2. Πόσοι μαθητές πήγαν 3 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	6	5	8	0
3. Πόσοι μαθητές πήγαν 5 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	3	0	8	5
4. Πόσοι μαθητές πήγαν τουλάχιστον 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
5. Πόσοι μαθητές πήγαν το πολύ 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
6. Οι μαθητές που δεν πήγαν ούτε μία φορά σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα αποτελούν ποσοστό:	3%	12%	10%	30%

2. Σε μία έρευνα ρωτήθηκαν 400 φίλαθλοι μιας πόλης ποια από τις τρεις ομάδες ποδοσφαίρου της πόλης τους είναι η καλύτερη. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα.




Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

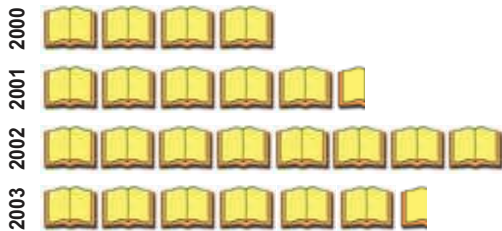
	A	B	Γ	Δ
1. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κίτρινης καταιγίδας»;	25%	90%	30%	50%
2. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «πράσινης λαίλαπας»;	35%	40%	90%	30%
3. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κόκκινης θύελλας»;	160%	35%	80%	25%
4. Πόσα άτομα υποστηρίζουν την «κίτρινη καταιγίδα»;	90	200	100	25
5. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην «κόκκινη θύελλα» είναι:	126°	150°	160°	144°




## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Το παρακάτω εικονόγραμμα μας πληροφορεί για τον αριθμό των βιβλίων που πούλησε ένας εκδοτικός οίκος τα έτη 2000, 2001, 2002 και 2003.






( = 20.000 βιβλία)



- Να βρείτε πόσα βιβλία πουλήθηκαν κάθε έτος και πόσα συνολικά και τα τέσσερα έτη.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό των συνολικών πωλήσεων που αντιπροσωπεύουν οι πωλήσεις που πραγματοποιήθηκαν το έτος 2002.
- Να μετατρέψετε το παραπάνω εικονόγραμμα σε χρονόγραμμα.

- 2 Με τη βοήθεια του παρακάτω εικονογράμματος ( = 12 μαθητές):

- Να βρείτε πόσους μαθητές έχει συνολικά το Γυμνάσιο αυτό.
- Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν το λεωφορείο.
- Να παραστήσετε τα δεδομένα με ραβδόγραμμα.

Λεωφορείο	
Αυτοκίνητο	
Ποδήλατο	
Πατάκι	
Με τα πόδια	

- 3 Σε μία αποθήκη υπάρχουν τέσσερις τύποι κινητών τηλεφώνων Α, Β, Γ, Δ σε ποσοστό 10%, 30%, 40%, 20% αντίστοιχα.

- Να παραστήσετε τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα.
- Να βρείτε πόσα κινητά τηλέφωνα υπάρχουν από κάθε τύπο, αν ο συνολικός τους αριθμός είναι 400.

- 4 Ρωτήσαμε τους μαθητές ενός Γυμνασίου πόσες ημέρες απουσίασαν από το σχολείο τον τελευταίο μήνα. Οι απαντήσεις φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός ημερών	Αριθμός μαθητών
0	35
1	12
2	8
3	2
4	
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>60</b>

- Πόσοι μαθητές απουσίασαν 4 ημέρες; Τι ποσοστό αποτελούν αυτοί οι μαθητές;
- Να παραστήσετε τα δεδομένα του πίνακα με ραβδόγραμμα και με κυκλικό διάγραμμα.

- 5 Δίνεται το διπλανό κυκλικό διάγραμμα:

- Να βρείτε τη γωνία  $\omega$ .
- Να το μετατρέψετε σε εικονόγραμμα.



- 6 Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των λεπτών που μελετούν κατά μέσο όρο ημερησίως, οι μαθητές της Γ' Γυμνασίου ενός σχολείου.

Αριθμός ωρών	% Αγοριών	% Κοριτσιών
30'	6%	4%
60'	14%	12%
90'	33%	27%
120'	30%	33%
150'	12%	16%
180'	5%	8%

- Να παραστήσετε τα δεδομένα του πίνακα με ένα ραβδόγραμμα.
- Να βρείτε το ποσοστό (%) των μαθητών που μελετούν τουλάχιστον 90', καθώς και το ποσοστό των μαθητών που μελετούν το πολύ 120'.

## 4.3. Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

2	4	1	3	5	3	4	4	5	3
5	4	6	7	4	7	4	7	2	4
1	7	5	6	2	3	6	1	5	6
4	3	2	4	4	6	5	4	7	3
6	2	5	4	5	3	5	4	5	2

### Συχνότητες

Ρωτήσαμε ένα δείγμα 50 μαθητών Γυμνασίου πόσες ώρες περίπου βλέπουν τηλεόραση την εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους (με τη σειρά που καταγράφηκαν) φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

Οι αριθμοί αυτοί λέγονται **παρατηρήσεις**.

Τα αποτελέσματα αυτά, όμως, έτσι όπως είναι τοποθετημένα, δε μας δίνουν μια σαφή εικόνα της έρευνας. Δε φαίνεται εύκολα, δηλαδή, πόσοι μαθητές βλέπουν τηλεόραση π.χ. 5 ώρες την εβδομάδα και πόσοι 3 ώρες την εβδομάδα. Για το λόγο αυτό, τοποθετούμε τα παραπάνω στατιστικά δεδομένα, σε έναν πίνακα, ως εξής:



Ώρες (τιμές) τηλεθέασης την εβδομάδα	Διαλογή	Αριθμός μαθητών (συχνότητες)
1		3
2		6
3		7
4		13
5		10
6		6
7		5
	<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>50</b>

Πίνακας 1

Όπως βλέπουμε:

- Στην πρώτη στήλη του παραπάνω πίνακα έχουμε γράψει κατά σειρά μεγέθους το πλήθος των ωρών που μπορεί κάποιος μαθητής να έχει παρακολουθήσει τηλεόραση. Οι αριθμοί αυτοί είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6 και 7 και λέγονται **τιμές**.
- Στη δεύτερη στήλη κάνουμε **διαλογή** των παρατηρήσεων. Δηλαδή, διαβάζουμε με τη σειρά τη λίστα των δεδομένων και καταγράφουμε κάθε παρατήρηση με συμβολικό τρόπο, με μία γραμμή (|) για την αντίστοιχη τιμή της μεταβλητής. Για ευκολία στην καταμέτρηση σχηματίζουμε πεντάδες (||||).
- Στην τρίτη στήλη μεταφέρουμε τα αποτελέσματα της διαλογής. Έτσι, η απάντηση «βλέπω περίπου 3 ώρες την εβδομάδα τηλεόραση» εμφανίζεται 7 φορές. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η τιμή «3 ώρες» έχει **συχνότητα** 7. Ομοίως, η τιμή «4 ώρες» έχει συχνότητα 13 και η τιμή «7 ώρες» έχει συχνότητα 5.  
Γενικά, στον παραπάνω πίνακα φαίνεται πώς κατανέμονται οι 50 μαθητές του δείγματος ως προς το χαρακτηριστικό: «πόσες ώρες βλέπουν τηλεόραση την εβδομάδα». Για το λόγο αυτό, ο συγκεκριμένος πίνακας δίνει μια **κατανομή συχνοτήτων**.

## Σχετικές Συχνότητες

Ο παραπάνω πίνακας μας δίνει κάποιες πληροφορίες, όπως για παράδειγμα, ότι η τιμή 4 έχει συχνότητα 13 (δηλαδή 13 από τους μαθητές απάντησαν ότι βλέπουν τηλεόραση 4 ώρες την εβδομάδα). Η συχνότητα όμως αυτή (δηλαδή ο αριθμός 13) δεν έχει καμιά αξία μόνη της, αν δεν αναφερθεί ο αριθμός των μαθητών που ρωτήθηκαν. Πράγματι, άλλη αξία έχει η συχνότητα 13 στους 50 και άλλη θα έχει η συχνότητα 13 στους 100 ή 13 στους 1000 μαθητές.

Δηλαδή, είναι ανάγκη να ξέρουμε τι μέρος του δείγματος αποτελούν οι 13 μαθητές. Το μέρος αυτό εκφράζεται με το κλάσμα  $\frac{13}{50}$ , το οποίο λέγεται **σχετική συχνότητα** της τιμής 4. Συνήθως, τη σχετική συχνότητα τη μετατρέπουμε σε ποσοστό επί τοις εκατό %.

Έτσι, έχουμε:  $\frac{13}{50} = 0,26 = 26\%$ .

Δηλαδή, το 26% των μαθητών αυτού του Γυμνασίου βλέπει 4 ώρες την εβδομάδα τηλεόραση.

Για να βρούμε τη **σχετική συχνότητα** μιας τιμής, **διαιρούμε τη συχνότητα της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων**. Στη συνέχεια, εκφράζουμε τον αριθμό αυτό ως ποσοστό επί τοις εκατό (%).

Με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε όλες τις σχετικές συχνότητες του πίνακα συχνοτήτων που είναι αντίστοιχα:

$$\frac{3}{50} = 0,06 = 6\%, \quad \frac{6}{50} = 0,12 = 12\%, \quad \frac{7}{50} = 0,14 = 14\%, \quad \frac{13}{50} = 0,26 = 26\%,$$

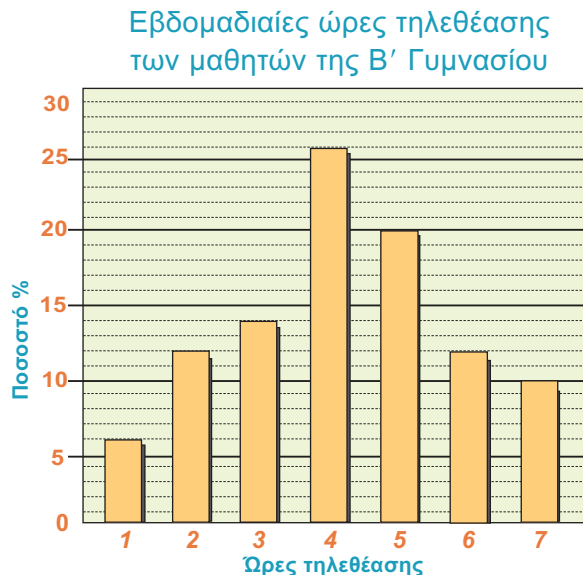
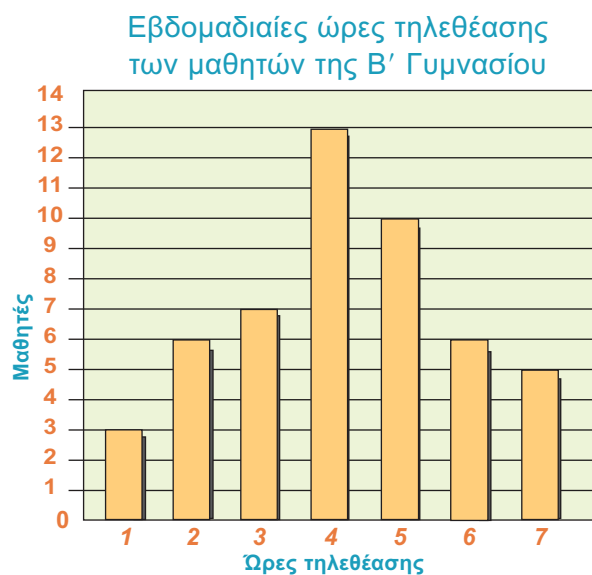
$$\frac{10}{50} = 0,20 = 20\%, \quad \frac{6}{50} = 0,12 = 12\% \text{ και } \frac{5}{50} = 0,10 = 10\%.$$

Τώρα μπορούμε προσθέτοντας μια ακόμη στήλη στον πίνακα 1 να έχουμε έναν πίνακα, στον οποίο να φαίνονται οι **τιμές**, οι **συχνότητες** και οι **σχετικές συχνότητες** των παρατηρήσεων της έρευνας. Ένας τέτοιος πίνακας ονομάζεται **πίνακας κατανομής συχνοτήτων**.

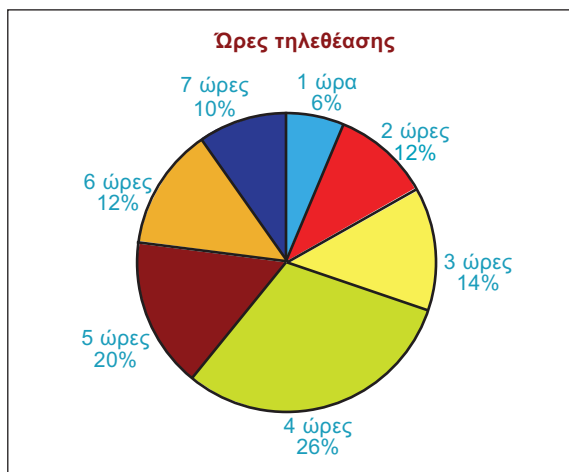
Τιμές (ώρες) τηλεθέασης	Διαλογή	Συχνότητες (μαθητές)	Σχετικές Συχνότητες (επί %)
1		3	6
2		6	12
3		7	14
4		13	26
5		10	20
6		6	12
7		5	10
	<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>50</b>	<b>100</b>

Πίνακας 2

- Παρατηρούμε ότι: **το άθροισμα όλων των συχνοτήτων ισούται με το πλήθος των παρατηρήσεων του δείγματος.**
- Επίσης, **το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων ισούται με 100.**  
Χρησιμοποιώντας τώρα τα στοιχεία του πίνακα 2 μπορούμε να έχουμε και μια εποπτική εικόνα της έρευνας, κάνοντας διαγράμματα, όπως τα παρακάτω:



Εβδομαδιαίες ώρες τηλεθέασης των μαθητών της Β' Γυμνασίου



Υπολογισμός γωνιών κυκλικού διαγράμματος

Τιμές	Γωνία
1	$\frac{3}{50} \cdot 360^\circ = 21,6^\circ$
2	$\frac{6}{50} \cdot 360^\circ = 43,2^\circ$
3	$\frac{7}{50} \cdot 360^\circ = 50,4^\circ$
4	$\frac{13}{50} \cdot 360^\circ = 93,6^\circ$
5	$\frac{10}{50} \cdot 360^\circ = 72^\circ$
6	$\frac{6}{50} \cdot 360^\circ = 43,2^\circ$
7	$\frac{5}{50} \cdot 360^\circ = 36^\circ$
Άθροισμα	360°



## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Στο διπλανό πίνακα έχουμε συγκεντρώσει τα αποτελέσματα μιας έρευνας, που έγινε σε μια κωμόπολη σχετικά με το πλήθος των παιδιών που έχει κάθε οικογένεια. Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Παιδιά	0	1	2	3	4	5
Πλήθος οικογενειών	11	12	7	5	3	2

	A	B	Γ	Δ
1 Το συνολικό πλήθος οικογενειών που ρωτήθηκαν είναι:	5	6	40	12
2 Η συχνότητα της τιμής 4 είναι:	3	6	40	2
3 Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που δεν έχουν παιδιά είναι:	$\frac{11}{100}$	$\frac{11}{40}$	$\frac{40}{11}$	$\frac{100}{11}$
4 Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που έχουν 3 παιδιά ως ποσοστό επί τοις εκατό είναι:	$\frac{5}{100} \cdot 40$	$\frac{100}{5} \cdot 40$	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{40} \cdot 100$
5 Αν κατασκευάσουμε κυκλικό διάγραμμα, η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στις οικογένειες που έχουν 1 παιδί είναι:	$\frac{12}{40} \cdot 360^\circ$	$\frac{40}{12} \cdot 360^\circ$	$\frac{40}{360^\circ} \cdot 12$	$\frac{1}{12} \cdot 360^\circ$

2. Μια έρευνα που έγινε μεταξύ των μαθητών ενός Γυμνασίου της Κρήτης, σχετικά με τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις τους, κατέληξε σε έντονη «διαφωνία» με αποτέλεσμα να «χαθούν» μερικά στοιχεία. Μπορείτε να βρείτε τα στοιχεία που λείπουν;

Ομάδες	Συχνότητες	Σχετικές συχνότητες (επί τοις %)
ΑΕΚ		
ΠΑΟΚ		5
ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ	30	
ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ		10
ΟΦΗ	70	35
ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ	30	
<b>Σύνολο</b>		



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες:  
Αριθμός παιδιών των οικογενειών ενός χωριού

Αριθμός παιδιών	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα %
0	4	
1	10	
2	14	
3	8	
4	4	
<b>Σύνολο</b>		

Αριθμός απουσιών των μαθητών μιας τάξης κατά το Νοέμβριο

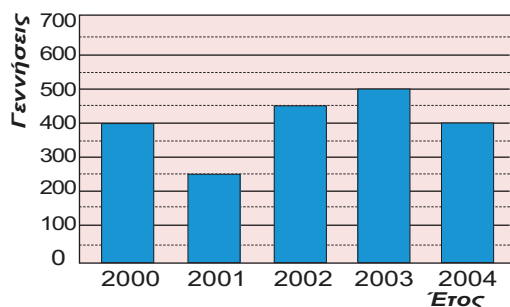
Αριθμός απουσιών	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα %
0	3	
1	8	
2	12	
3	6	
4	6	
5		
6	1	
<b>Σύνολο</b>	<b>40</b>	



2 Ο αριθμός των γεννήσεων σ' ένα μαιευτήριο τα έτη



2000 έως 2004 φαίνεται στο παρακάτω ραβδόγραμμα:



- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- β) Να μετατρέψετε το ραβδόγραμμα σε χρονόγραμμα.
- γ) Ποια χρονιά οι γεννήσεις παρουσίασαν αύξηση και ποια μείωση;

3 Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων μιας βιοτεχνίας το πρώτο δεκαήμερο του Μαρτίου είναι: 0, 0, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 0, 1.

- α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- β) Να παρασταθούν τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα.
- γ) Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα.

4 Τα αποτελέσματα που πέτυχε μια ομάδα ποδοσφαίρου σε 34 αγώνες ήταν:

H, H, I, N, I, I, I, I, N, H, I, H, H, I, N, I, H, N, I, I, I, N, H, H, I, I, I, I, I, N, I, N, N.

(H = Ήττα, N = Νίκη, I = Ισοπαλία)

- α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- β) Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα.

5 Ο αριθμός των μηνυμάτων που έστειλε ανά ημέρα τον Ιούλιο ο Τάκης, είναι:

4, 5, 2, 1, 5, 4, 0, 4, 7, 3, 5, 2, 2, 6, 5, 3, 2, 3, 1, 7, 6, 4, 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 5, 2.

- α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- β) Να βρείτε πόσες ημέρες τα μηνύματα ήταν περισσότερα από 3.

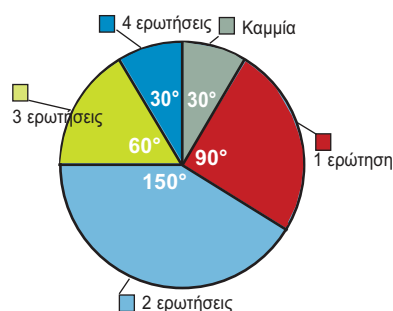
- γ) Να βρείτε το ποσοστό των ημερών στις οποίες τα μηνύματα ήταν το πολύ 3.
- δ) Να παραστήσετε την κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα.

6 Σε μια έρευνα που έγινε σε 25 μαθητές ως προς την ομάδα αίματος, έγιναν οι παρατηρήσεις:

O, A, A, A, O, AB, A, B, A, AB, B, O, A, O, B, B, B, A, A, AB, B, O, A, A, A.

- α) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.
- β) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν ομάδα Α ή Β;
- γ) Ποια ομάδα αίματος εμφανίζεται λιγότερο στο δείγμα;

7 Σε ένα διαγώνισμα με τέσσερις ερωτήσεις ο αριθμός των σωστών απαντήσεων φαίνεται στο κυκλικό διάγραμμα.



- α) Να γίνει ο πίνακας σχετικών συχνοτήτων.
- β) Αν κάθε σωστή ερώτηση βαθμολογείται με 5 μονάδες, να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία μικρότερη ή ίση του 10.

8 Στο εικονόγραμμα δίνεται ο αριθμός των υπολογιστών που πούλησε μια εταιρεία το έτος 2003 για 4 μάρκες Α, Β, Γ, Δ.

- α) Πόσους συνολικά υπολογιστές πούλησε η εταιρεία;
- β) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων.
- γ) Ποιο είναι το ποσοστό των υπολογιστών που δεν είναι μάρκας Α ή Β;



= 1000 υπολογιστές

## 4.4. Ομαδοποίηση παρατηρήσεων

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Εξετάσαμε τους μαθητές ενός Γυμνασίου ως προς το βάρος τους. Τα αποτελέσματα (στρογγυλοποιημένα σε κιλά) είναι:

53	59	46	61	47	64	47	72	53	58	55	67	57	59	53	66
52	41	57	65	75	60	71	42	62	49	63	52	43	49	57	62
55	81	54	55	42	52	68	54	67	43	42	60	56	59	47	78
59	63	54	48	56	60	44	53	59	50	55	46	56	47	53	62
57	46	63	61	55	69	51	54	61	51	61	41	58	53	73	56



Επειδή οι διαφορετικές τιμές που βρήκαμε είναι πάρα πολλές (από 41 έως 81 κιλά) και ο πίνακας κατανομής συχνότητας που πρέπει να κατασκευάσουμε είναι πολύ μεγάλος, χωρίζουμε τις παραπάνω παρατηρήσεις σε «ομάδες» που λέγονται «κλάσεις», ως εξής:

Στην 1η κλάση τοποθετούμε όσους μαθητές ζυγίζουν 40 – 46 κιλά, στη 2η όσους ζυγίζουν 46 – 52, στην 3η 52 – 58, στην 4η 58 – 64, στην 5η 64 – 70, στην 6η 70 – 76 και στην 7η 76 – 82 κιλά. (Αν κάποια παρατήρηση συμπίπτει με το δεξιό άκρο μιας κλάσης, την τοποθετούμε στην αμέσως επόμενη κλάση). Να κάνετε διαλογή των παραπάνω παρατηρήσεων και να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνότητας.

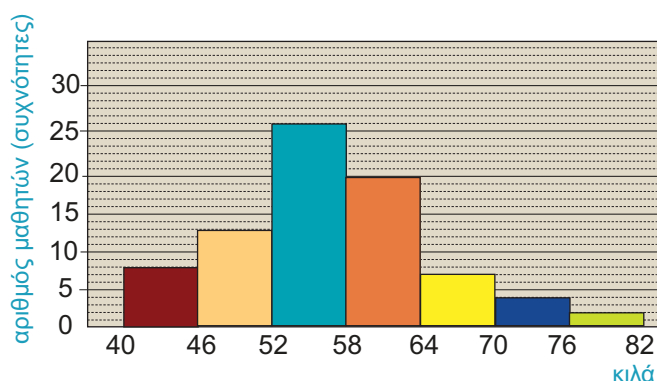
### Λύση

Σύμφωνα με τα δεδομένα συμπληρώνουμε τον επόμενο πίνακα κατανομής συχνότητας:

Κλάσεις	Διαλογή	Συχνότητες	Σχετικές συχνότητες
40 – 46	+++	8	10 %
46 – 52	+++ +++	13	16,25 %
52 – 58	+++ +++ +++ +++	26	32,50 %
58 – 64	+++ +++ +++ +++	20	25 %
64 – 70	+++	7	8,75 %
70 – 76		4	5 %
76 – 82		2	2,50 %
	<b>Σύνολα</b>	<b>80</b>	<b>100%</b>

Η διαδικασία, που είδαμε στην προηγούμενη δραστηριότητα, ονομάζεται **ομαδοποίηση των παρατηρήσεων**. Χωρίσαμε, δηλαδή, το διάστημα από 40 κιλά έως 81 κιλά, στο οποίο ανήκουν οι παρατηρήσεις, σε υποδιαστήματα. Τα υποδιαστήματα αυτά λέγονται **κλάσεις**. Στη δραστηριότητα θεωρήσαμε κλάσεις **πλάτους** 6 κιλών.

## Γραφική παρουσίαση ομαδοποιημένων παρατηρήσεων



Μια ομαδοποιημένη κατανομή παριστάνεται με **ιστόγραμμα**, που αποτελείται από συνεχόμενα ορθογώνια, τα οποία έχουν ύψος ίσο με τη συχνότητα ή τη σχετική συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης.

Έτσι, το ορθογώνιο της κλάσης 40 - 46 έχει ύψος 8. Οι αριθμοί 40 και 46 λέγονται **άκρα** της κλάσης. Επίσης, ο αριθμός 43 (δηλαδή  $\frac{40 + 46}{2} = \frac{46}{2} = 43$ ) λέγεται **κέντρο** της κλάσης 40 - 46.

### Παρατήρηση:

Από τη στιγμή που έχουμε κάνει ομαδοποίηση των παρατηρήσεων, οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες που έχουμε βρει στον παραπάνω πίνακα κατανομής συχνοτήτων, δεν αναφέρονται σε μεμονωμένους αριθμούς, αλλά στις κλάσεις. Έτσι, λέμε ότι η κλάση 58 - 64 έχει συχνότητα 20 και σχετική συχνότητα 25% χωρίς να γνωρίζουμε τη συχνότητα καθεμιάς από τις τιμές 58, 59, 60, ..., 63 που ανήκουν στην κλάση αυτή. Έτσι, θεωρούμε ότι 20 μαθητές που έχουν βάρος 58 - 64 κιλά αντιπροσωπεύονται από το κέντρο της κλάσης, δηλαδή τον αριθμό

$$\frac{58 + 64}{2} = \frac{122}{2} = 61 \text{ κιλά.}$$



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Σε μια εθνική οδό η Τροχαία έλεγξε 50 αυτοκίνητα ως προς την ταχύτητα που είχαν αναπτύξει. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

- Να κατασκευάσετε πίνακα σχετικών συχνοτήτων και ιστόγραμμα συχνοτήτων.
- Αν το όριο ταχύτητας στο συγκεκριμένο σημείο της Εθνικής οδού είναι 120 km/h, τι ποσοστό των οδηγών παρανόμησε; (Θεωρούμε ότι παρανόμησαν ακόμα και οι οδηγοί που έτρεχαν με 120 km/h).

Ταχύτητα σε km/h	Αυτοκίνητα
60-80	5
80-100	8
100-120	15
120-140	12
140-160	7
160-180	3
<b>Σύνολο</b>	<b>50</b>

**Λύση:** α) Η συχνότητα της κλάσης 60 - 80 είναι 5, οπότε η σχετική συχνότητα της κλάσης αυτής είναι:

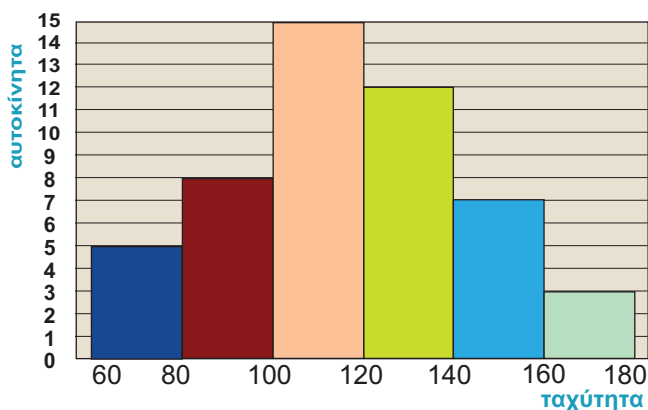
$$\frac{5}{50} = \frac{1}{10} = 0,10 \text{ ή } 10\%.$$

Ομοίως, βρίσκουμε και τις υπόλοιπες σχετικές συχνότητες.

Χρησιμοποιώντας τις συχνότητες της 2ης στήλης του διπλανού πίνακα κατασκευάζουμε το ιστόγραμμα συχνότητων.

β) Παρανόμησαν όσοι οδηγοί ανήκουν στις τρεις τελευταίες κλάσεις, δηλαδή  $12+7+3=22$  οδηγοί, δηλαδή ποσοστό  $\frac{22}{50} = \frac{44}{100} = 0,44$  ή 44%.

Κλάσεις	Συχνότητες	Σχετικές Συχνότητες
60-80	5	10 %
80-100	8	16 %
100-120	15	30 %
120-140	12	24 %
140-160	7	14 %
160-180	3	6 %



## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Δίνονται τα ομαδοποιημένα δεδομένα του παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20
Συχνότητες	3	5	8	4

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

		A	B	Γ	Δ
1	Το πλάτος της κάθε κλάσης είναι:	4	5	2	20
2	Το κέντρο της κλάσης 5 - 10 είναι:	5	15	7,5	10
3	Η συχνότητα της κλάσης 5 - 10 είναι:	$\frac{8}{5}$	8	$\frac{8}{20}$	5

2. Δίνονται οι βαθμοί που πήραν 20 μαθητές σ' ένα διαγώνισμα:

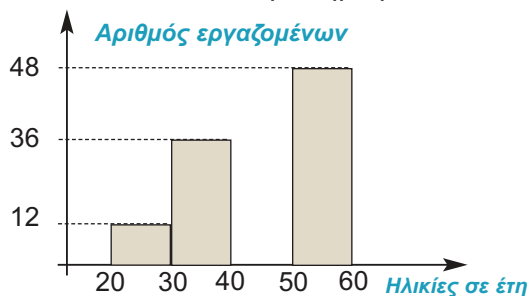
18	16	12	6	10
11	7	13	4	18
12	15	3	10	8
18	7	14	14	11

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
Συχνότητες					
Σχετικές συχνότητες					

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Στο παρακάτω ιστόγραμμα δίνονται οι ηλικίες 120 ατόμων που εργάζονται σ' ένα υπουργείο. Τα δεδομένα είναι ομαδοποιημένα σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Το ορθογώνιο της κλάσης 40 – 50 δεν είναι συμπληρωμένο.



- α) Να βρείτε τις συχνότητες των κλάσεων.  
β) Να συμπληρώσετε το ιστόγραμμα.

- 2 Σε μια έρευνα ρωτήθηκαν 50 άτομα για τον αριθμό των ημερών που ξεκουράστηκαν τον τελευταίο μήνα. Προέκυψαν οι παρατηρήσεις

2 3 1 2 6 1 1 2 0 5 4 7 2 4 7 1 2  
5 2 0 1 4 6 0 3 6 2 4 6 9 4 4 3 4  
8 5 6 2 4 4 3 8 4 3 8 3 3 5 6 4

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους.  
β) Να γίνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

- 3 Η βαθμολογία 30 μαθητών σ' ένα διαγώνισμα στο κεφάλαιο της Στατιστικής είναι:

18 10 19 4 1 12 14 10 4 10 19 12 6 12 14  
14 12 14 4 14 12 14 19 8 16 18 6 16 18 18

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους.  
β) Να γίνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

- 4 Ο αριθμός των τροχαίων παραβάσεων στην Εθνική Οδό, που έγινε κατά τη διάρκεια ενός μήνα ανά ημέρα, ήταν:



261	211	223	282	272	211
233	267	247	243	207	221
294	201	249	214	242	211
262	285	298	272	214	232
215	272	245	241	263	242

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους.  
β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

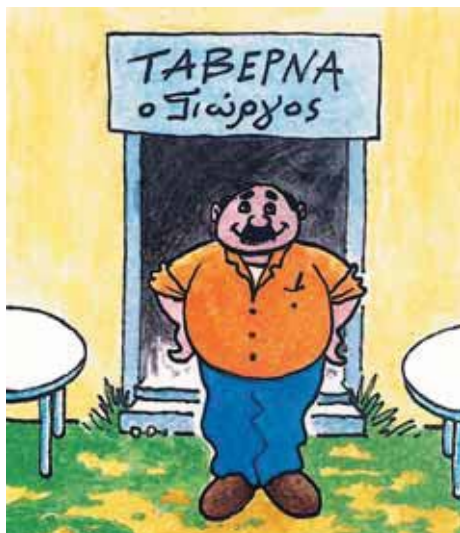
- 5 Από μία έρευνα που έγινε σε 80 εργαζόμενους μιας επιχείρησης για το πόσες ημέρες ήταν άρρωστοι τον περασμένο χρόνο, βρέθηκαν τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ημέρες ασθένειας	0–10	10–20	20–30	30–40
ποσοστό	35%	40%	15%	10%

- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων.



## 4.5. Μέση τιμή - Διάμεσος



### Μέση τιμή

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Ο Γιώργος έχει μια ταβέρνα σ' ένα μικρό νησί του Αιγαίου. Τα κέρδη του, σε €, για το προηγούμενο έτος ήταν ανά μήνα:

0, 0, 100, 400, 1000, 1500, 2500, 5000, 1500, 250, 50, 0.

Τι μηνιαίο μισθό θα έπρεπε να παίρνει, αν ήταν υπάλληλος, ώστε να είχε το ίδιο ετήσιο εισόδημα;

### Λύση

Ας εξετάσουμε πρώτα πόσα χρήματα κέρδισε ο Γιώργος όλη τη χρονιά. Ο Γιώργος κέρδισε συνολικά

$$0 + 0 + 100 + 400 + 1000 + 1500 + 2500 + 5000 + 1500 + 250 + 50 + 0 = 12.300 \text{ €}.$$

Αν το ποσό αυτό μοιραστεί εξίσου σε όλους τους μήνες, θα κέρδιζε  $\frac{12.300}{12} = 1025 \text{ €}$  κάθε μήνα.

Θα λέμε ότι ο **μέσος όρος** ή η **μέση τιμή** των κερδών του Γιώργου είναι 1025 €.

Για να βρούμε τη **μέση τιμή** ενός συνόλου παρατηρήσεων, **προσθέτουμε όλες τις παρατηρήσεις και διαιρούμε με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.**

Ισχύει λοιπόν ότι:

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα των παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος των παρατηρήσεων}}$$

### Διάμεσος

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Οι μηνιαίες αποδοχές εννέα εργαζομένων μιας επιχείρησης είναι (σε €):

700, 600, 2900, 950, 700, 800, 700, 2100, 900.

- Να βρείτε τη μέση τιμή των αποδοχών των εργαζομένων.
- Να βρείτε την τιμή που «προσεγγίζει» καλύτερα τις αποδοχές των περισσότερων εργαζομένων.

### Λύση

α) Η μέση τιμή των αποδοχών είναι:

$$\frac{700 + 600 + 2900 + 950 + 700 + 800 + 700 + 2100 + 900}{9} = \frac{10350}{9} = 1150 \text{ €}$$

β) Παρατηρούμε ότι οι περισσότεροι εργαζόμενοι (7 στους 9) έχουν αποδοχές μικρότερες (κάτω από 1000 €) από τη μέση τιμή που βρήκαμε (1150 €), ενώ μόνο δύο έχουν μεγαλύτερες αποδοχές (2100 και 2900 €). Αυτοί οι δύο μεγάλοι μισθοί φαίνεται ότι αυξάνουν τη μέση τιμή.

Τοποθετούμε κατά σειρά μεγέθους τις αποδοχές των 9 υπαλλήλων:

$600 \quad 700 \quad 700 \quad 700 \quad \boxed{800} \quad 900 \quad 950 \quad 2100 \quad 2900$   
4 παρατηρήσεις
4 παρατηρήσεις

Παρατηρούμε ότι η τιμή 800 € βρίσκεται ακριβώς στη μέση, γιατί υπάρχουν 4 παρατηρήσεις μικρότερες ή ίσες του 800 και 4 παρατηρήσεις μεγαλύτερες ή ίσες του 800. Η μεσαία αυτή παρατήρηση «προσεγγίζει» καλύτερα τις αποδοχές των περισσότερων εργαζομένων.

Η προηγούμενη δραστηριότητα παρουσιάζει ένα μέγεθος της Στατιστικής το οποίο ονομάζουμε **διάμεσο**.

Ένας εύκολος τρόπος για να βρίσκουμε τη διάμεσο είναι ο εξής:

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με σειρά μεγέθους:

600    700    700    700    800    900    950    2100    2900

Στη συνέχεια, διαγράφουμε την πρώτη και την τελευταία παρατήρηση:

~~600~~    700    700    700    800    900    950    2100    ~~2900~~

Μετά διαγράφουμε τη δεύτερη και την προτελευταία:

~~600~~    ~~700~~    700    700    800    900    950    ~~2100~~    ~~2900~~

Και συνεχίζουμε έτσι μέχρι να μείνει μόνο μία παρατήρηση, που είναι η διάμεσος:

~~600~~    ~~700~~    ~~700~~    ~~700~~    800    ~~900~~    ~~950~~    ~~2100~~    ~~2900~~

**Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός, παίρνουμε ως διάμεσο τη μεσαία παρατήρηση.**

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση που μένουν δύο «μεσαίες» παρατηρήσεις.

Αν έχουμε τις παρατηρήσεις: 15, 11, 11, 12, 16, 17, 13, 14, 16, 19, τις τοποθετούμε με σειρά μεγέθους και διαγράφουμε διαδοχικά από τα άκρα, προς τα μέσα:

11    11    12    13    14    15    16    16    17    19

Παρατηρούμε ότι περισσεύουν δύο μεσαίες παρατηρήσεις: το 14 και το 15.

Αυτό οφείλεται στο ότι το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 10 (δηλαδή άρτιος αριθμός), οπότε δεν υπάρχει μεσαία παρατήρηση.

Σε αυτή την περίπτωση θα θεωρήσουμε ως διάμεσο τον αριθμό  $\frac{14 + 15}{2} = \frac{29}{2} = 14,5$ .

**Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο, παίρνουμε ως διάμεσο το μέσο όρο των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.**

## Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

Βαθμοί	Μαθητές (συχνότητες)
0–4	1
4–8	2
8–12	6
12–16	10
16–20	6
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>25</b>

Μετά το τέλος ενός διαγωνίσματος ο καθηγητής δίνει στον Γυμνασιάρχη το διπλανό πίνακα με τους βαθμούς των μαθητών της τάξης. Πώς θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το μέσο όρο των βαθμών όλης της τάξης;

### Λύση

Είναι φανερό ότι δε μπορούμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια τη μέση τιμή των βαθμών, γιατί δε γνωρίζουμε τι βαθμό ακριβώς πήρε κάθε μαθητής. Γνωρίζουμε ότι 6 μαθητές πήραν βαθμό από 8 μέχρι 12, αλλά αγνοούμε τον ακριβή βαθμό του καθενός. Θα βρούμε μία τιμή που προσεγγίζει τη μέση τιμή, δηλαδή θα κάνουμε μια **εκτίμηση** της μέσης τιμής.

Θεωρούμε ότι όλοι οι βαθμοί μιας κλάσης **αντιπροσωπεύονται από το κέντρο της κλάσης**. Δηλαδή, υποθέτουμε ότι οι 6 μαθητές που έχουν πάρει βαθμούς από 8 μέχρι 12, έχουν όλοι τον ίδιο βαθμό, ίσο με το κέντρο της κλάσης, δηλαδή βαθμό  $\frac{8 + 12}{2} = \frac{20}{2} = 10$ .

Ομοίως, θεωρούμε ότι οι 10 μαθητές που έχουν πάρει βαθμό από 12 έως 16, έχουν όλοι τον ίδιο βαθμό ίσο με:

$$\frac{12 + 16}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ κ.ο.κ.}$$

Κατασκευάζουμε, λοιπόν, τον διπλανό πίνακα:

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης	Συχνότητα	(Συχνότητα) · (κέντρο κλάσης)
0 – 4	2	1	$2 \cdot 1 = 2$
4 – 8	6	2	$6 \cdot 2 = 12$
8 – 12	10	6	$10 \cdot 6 = 60$
12 – 16	14	10	$14 \cdot 10 = 140$
16 – 20	18	6	$18 \cdot 6 = 108$
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		<b>25</b>	<b>322</b>

Στην περίπτωση αυτή, οι 25 μαθητές έχουν πάρει συνολικά 322 βαθμούς, οπότε η μέση τιμή των βαθμών είναι:  $\frac{322}{25} = 12,88$ .

Επομένως, για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

- **Βρίσκουμε τα κέντρα των κλάσεων.**
- **Πολλαπλασιάζουμε το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής.**
- **Προσθέτουμε όλα τα γινόμενα.**
- **Διαιρούμε το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων.**

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Η Έλενα εξετάστηκε πέντε φορές σ' αυτό το τρίμηνο στο μάθημα της Ιστορίας και πήρε τους βαθμούς: 16, 14, 18, 18 και 14. Τι βαθμό πρέπει να πάρει ως γενικό βαθμό τριμήνου;

**Λύση:** Η μέση τιμή των βαθμών της Έλενας είναι:  $\frac{16 + 14 + 18 + 18 + 14}{5} = \frac{80}{5} = 16$ .



**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2**

Ο διπλανός πίνακας δείχνει τον αριθμό των τερμάτων που πέτυχε μια ομάδα ποδοσφαίρου στους 15 πρώτους αγώνες πρωταθλήματος.

- α) Πόσα τέρματα έχει πετύχει συνολικά η ομάδα αυτή και στους 15 αγώνες;  
β) Ποιος είναι ο μέσος αριθμός τερμάτων που πετυχαίνει η ομάδα αυτή σε κάθε αγώνα;

Τέρματα	Αγώνες
0	1
1	4
2	3
3	5
4	2
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>15</b>



- Λύση:** α) Σε 1 αγώνα έχει πετύχει 0 τέρματα, άρα σύνολο  $1 \cdot 0 = 0$ .  
 Σε 4 αγώνες έχει πετύχει 1 τέρμα, άρα σύνολο  $4 \cdot 1 = 4$ .  
 Σε 3 αγώνες έχει πετύχει 2 τέρματα, άρα σύνολο  $3 \cdot 2 = 6$ .  
 Σε 5 αγώνες έχει πετύχει 3 τέρματα, άρα σύνολο  $5 \cdot 3 = 15$ .  
 Σε 2 αγώνες έχει πετύχει 4 τέρματα, άρα σύνολο  $4 \cdot 2 = 8$ .

Οπότε, συνολικά έχει πετύχει:

$$1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 0 + 4 + 6 + 15 + 8 = 33 \text{ τέρματα.}$$

- β) Αφού σε 15 αγώνες έχει πετύχει συνολικά 33 τέρματα, ο μέσος όρος για κάθε

αγώνα είναι:  $\frac{1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{15} = \frac{33}{15} = 2,2 \text{ τέρματα.}$

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3**

Σε μία τάξη υπάρχουν 8 μαθητές και 12 μαθήτριες. Το μέσο ύψος των 8 μαθητών είναι 168 cm και το μέσο ύψος των 12 μαθητριών είναι 162 cm. Ποιο είναι το μέσο ύψος όλων των μαθητών της τάξης;

- Λύση:** Το άθροισμα των υψών των 8 μαθητών (σε cm) είναι:  $8 \cdot 168 = 1344$ .  
 Το άθροισμα των υψών των 12 μαθητριών (σε cm) είναι:  $12 \cdot 162 = 1944$ .  
 Το άθροισμα των υψών και των 20 μαθητών (σε cm) είναι:  $1344 + 1944 = 3288$ .  
 Επομένως, το μέσο ύψος (σε cm) είναι:  $\frac{3288}{20} = 164,4$ .

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4**

Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων:

- α) 3    5    2    7    3    2    4    6    6    4    3  
 β) 12    15    14    17    13    18    15    16    13    17    12    11

- Λύση:** α) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά:

2    2    3    3    3    4    4    5    6    6    7

Το πλήθος τους είναι 11 (περιττός). Διαγράφοντας τις ακραίες παρατηρήσεις ανά δύο:

~~2~~    ~~2~~    ~~3~~    ~~3~~    ~~3~~    4    ~~4~~    ~~5~~    ~~6~~    ~~6~~    ~~7~~

περισσεύει η 4η κατά σειρά παρατήρηση, η οποία ισούται με τη διάμεσο.

β) Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.

11 12 12 13 13 14 15 15 16 17 17 18

Το πλήθος τους είναι 12 (άρτιος). Διαγράφοντας τις ακραίες παρατηρήσεις ανά δύο:

$\cancel{11}$   $\cancel{12}$   $\cancel{12}$   $\cancel{13}$   $\cancel{13}$  14 15  $\cancel{15}$   $\cancel{16}$   $\cancel{17}$   $\cancel{17}$   $\cancel{18}$

περισσεύουν δύο παρατηρήσεις: η 6η (14) και η 7η (15).

Η διάμεσος είναι ο μέσος όρος αυτών των δύο παρατηρήσεων, δηλαδή ο

$$\text{αριθμός: } \frac{14 + 15}{2} = \frac{29}{2} = 14,5.$$



## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Να κυκλώσετε τις σωστές απαντήσεις:  
Το άθροισμα 50 παρατηρήσεων είναι 100. Η μέση τιμή είναι:  
Α: 500      Β: 5      Γ:  $\frac{1}{2}$       Δ: 2
2. Η μέση τιμή 100 παρατηρήσεων είναι 28,2. Το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι:  
Α: 2,82      Β: 282      Γ: 2820      Δ: 0,282
3. Η μέση τιμή μιας κατανομής είναι 3 και το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 60. Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι:  
Α: 5      Β: 20      Γ: 180      Δ:  $\frac{3}{60}$
4. Από τις παρακάτω παρατηρήσεις, που είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά μεγέθους, λείπει η 5η κατά σειρά παρατήρηση  
2 3 5 7 ..... 14 14 15  
α) Αν η διάμεσος είναι 7, η παρατήρηση που λείπει είναι: Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10  
β) Αν η διάμεσος είναι 8, η παρατήρηση που λείπει είναι: Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10  
γ) Αν η διάμεσος είναι 8,5, η παρατήρηση που λείπει είναι: Α: 7 Β: 8 Γ: 9 Δ: 10
5. Δίνεται η κατανομή συχνοτήτων του διπλανού πίνακα.  
Η μέση τιμή είναι ίση με:

Τιμές	Συχνότητες
10	2
20	3
30	4

Α:  $\frac{10 + 20 + 30}{3}$       Β:  $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{3}$   
Γ:  $\frac{10 + 20 + 30}{9}$       Δ:  $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{9}$



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογιστεί η μέση τιμή των παρατηρήσεων κάθε γραμμής.  
α) 7 7 7 7 7 7  
β) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
γ) -3 -2 -2 0 1 1 1  
δ)  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{3}$
2. Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε γραμμής:  
α) 4 3 2 1 -1 -2  
β) 2 2 4 2 3 3 1  
γ) 100 101 99 98 101 102 103  
δ) -5 -2 0 1 3 -4

- 3 Η βαθμολογία σε 14 μαθήματα του πρώτου τετραμήνου δύο μαθητών της Β' Γυμνασίου είναι:

**A μαθητής**

18 17 16 19 20 16 17 19 18 18 19 18 19 17

**B μαθητής**

19 19 18 18 19 20 18 17 19 19 18 19 18 20

- α) Να βρείτε τον μέσο όρο της βαθμολογίας κάθε μαθητή.  
 β) Να εκτιμήσετε ποιος μαθητής έχει καλύτερη επίδοση.  
 γ) Να βρείτε τη διάμεσο της βαθμολογίας κάθε μαθητή.
- 4 Το ύψος των 12 παικτών της ομάδας μπάσκετ της ΑΕΚ είναι σε cm: 192, 197, 197, 198, 198, 200, 200, 201, 201, 204, 205, 206.  
 α) Να βρείτε το μέσο ύψος της ομάδας.  
 β) Να βρείτε τη διάμεσο των υψών της ομάδας.  
 γ) Αν ο παίκτης με ύψος 192 cm αντικατασταθεί από άλλον ύψους 200 cm, ποιο είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας;
- 5 Η θερμοκρασία το μεσημέρι κάθε ημέρας του Νοεμβρίου στον Άλιμο είναι:  
 10 14 12 16 10 14 18 16 17 14  
 16 12 17 10 12 14 14 16 12 14  
 18 14 10 14 16 10 18 12 16 14  
 α) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.  
 β) Να βρείτε τη μέση θερμοκρασία και τη διάμεσο των θερμοκρασιών.
- 6 Σε μία πόλη 200 παιδιά παρουσιάζουν αλλεργική αντίδραση σ' ένα φάρμακο, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Ηλικία παιδιών	Συχνότητα
0 – 2	50
2 – 4	40
4 – 6	60
6 – 8	30
8 – 10	10
10 – 12	10

- α) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων της κατανομής.  
 β) Να βρείτε τη μέση ηλικία των παιδιών.

- 7 Οι ηλικίες ενός δείγματος 200 φιλάθλων που παρακολουθούν έναν αγώνα τένις είναι:

Ηλικία	Συχνότητα
9–15	24
15–21	48
21–27	56
27–33	36
33–39	24
39–45	12
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>200</b>

Να βρείτε τη μέση τιμή της ηλικίας των φιλάθλων.

- 8 Μια ένωση καταναλωτών κατέγραψε την τιμή πώλησης ενός προϊόντος (σε €) σε 20 διαφορετικά σημεία πώλησης:

50 47 51 45 54 49 46 52 48 50  
51 49 52 49 47 50 54 52 49 53

- α) i) Να τοποθετήσετε τα δεδομένα αυτά σε πίνακα συχνοτήτων.  
 ii) Να βρείτε τη μέση τιμή πώλησης M του προϊόντος.  
 β) i) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	Συχνότητες
45 – 47	
47 – 49	
...	
...	
...	

- ii) Να βρείτε τη μέση τιμή πώλησης M' των ομαδοποιημένων παρατηρήσεων του πίνακα αυτού.  
 iii) Ποια είναι η πραγματική μέση τιμή (M ή M');

# Επανάληψη Κεφαλαίου

## 4



### Περιγραφική Στατιστική



#### ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ

Ένα σύνολο του οποίου μελετάμε τα στοιχεία ως προς τουλάχιστον ένα χαρακτηριστικό λέγεται **πληθυσμός**.

Επειδή η έρευνα ολόκληρου του πληθυσμού δεν είναι πάντοτε εφικτή, καταφεύγουμε στη **δειγματοληψία**. Επιλέγουμε, δηλαδή, ένα **αντικειμενικό** δείγμα από το οποίο μπορούμε να βγάλουμε αξιόπιστα συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό.



#### ΠΙΝΑΚΕΣ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Η παρουσίαση των στατιστικών δεδομένων γίνεται με **πίνακες** και **διαγράμματα**.

Υπάρχουν διάφορων μορφών διαγράμματα, όπως το **εικονόγραμμα**, το **ραβδόγραμμα**, το **κυκλικό διάγραμμα** και το **χρονόγραμμα**.



#### ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

**Συχνότητα** μιας τιμής λέγεται ο αριθμός που εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται στο δείγμα η τιμή αυτή.



#### ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Η **σχετική συχνότητα** μιας τιμής **είναι το πηλίκο** της συχνότητας της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων, και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις εκατό.



#### ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ

Όταν κάνουμε **ομαδοποίηση** των παρατηρήσεων, χωρίζουμε τις παρατηρήσεις σε **ομάδες** ή **κλάσεις** και παρουσιάζουμε την κατανομή με **ιστόγραμμα** συχνοτήτων ή σχετικών συχνοτήτων.



#### ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ

Για να βρούμε τη **μέση τιμή** ενός συνόλου παρατηρήσεων, **προσθέτουμε** όλες τις παρατηρήσεις **και διαιρούμε** με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.



#### ΔΙΑΜΕΣΟΣ

Για να βρούμε τη **διάμεσο** μιας κατανομής, γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά και βρίσκουμε τη μεσαία παρατήρηση. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο, παίρνουμε ως διάμεσο το μέσο όρο των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.



#### ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

- Βρίσκουμε τα **κέντρα των κλάσεων**.
- **Πολλαπλασιάζουμε** το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής.
- **Προσθέτουμε** όλα τα γινόμενα.
- **Διαιρούμε** το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων.