



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚ/ΤΩΝ
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΣΠΟΥΔΩΝ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΩΝ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ ΚΑΙ
ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ταχ. Δ/ση : Ερμού 15
101 85 ΑΘΗΝΑ
Τηλέφωνο : 32.35.879
FAX: 32.48.264
TELEX: 216059, 216270

ΝΑ ΔΙΑΤΗΡΗΘΕΙ ΜΕΧΡΙ--.....
Βαθμός Ασφαλείας--.....

Αθήνα, 21 Δεκεμβρίου 1997

Αριθ. Πρωτ. Βαθμός Προτεραιότητας
Γ2 ΕΞ. ΕΠΕΙΓΟΝ

ΑΠΟΦΑΣΗ

ΚΟΙΝ.: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
Μεσογείων 396
15341 Αθήνα_

Θέμα: Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών

Έχοντας υπόψη:

1. Τις διατάξεις της παραγράφου 1 του άρθρου 7 του Ν. 2525/97 «Ενιαίο Λύκειο, πρόσβαση των αποφοίτων στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου και άλλες διατάξεις» (ΦΕΚ 188-Α)
2. Τη γνώμη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, όπως αυτή διατυπώθηκε στην με αριθμ. 17/97 πράξη της Ολομελείας του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
3. Τις διατάξεις του άρθρου 29^α του Ν. 1558/85 (ΦΕΚ 137-Α), όπως συμπληρώθηκε με το άρθρο 27 του Ν. 2081/92 (ΦΕΚ 154-Α) και τροποποιήθηκε με το άρθρο 1 παραγρ. 2^α του Ν. 2469/97 (ΦΕΚ 38-Α) και το γεγονός ότι από την απόφαση αυτή δεν προκαλείται δαπάνη εις βάρος του κρατικού προϋπολογισμού
4. Την αναγκαιότητα ορισμού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών, με βάση το οποίο αναπτύσσονται τα Προγράμματα Σπουδών κατά τάξη.

Αποφασίζουμε

καθορίζουμε το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Ε.Π.Π.Σ.) των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση ως εξής:

ΑΡΘΡΟ 1^ο

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Θεωρητικό υπόβαθρο για τη Μαθηματική Εκπαίδευση.

Τα προγράμματα σπουδών (Π.Σ.) και τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών στοχεύουν στην παρουσίαση μιας συγκεκριμένης, κατά τάξη, ύλης η επιλογή και διάρθρωση της οποίας γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τους γενικότερους στόχους της εκπαίδευσης και τους ειδικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Για την υλοποίηση των στόχων πρέπει να ληφθούν υπόψη τόσο οι αρχές μάθησης που αφορούν τη διαδικασία απόκτησης γνώσης γενικά και ειδικά της μαθηματικής γνώσης, όσο και οι γενικές αρχές της διδασκαλίας των Μαθηματικών, σύμφωνα με τις οποίες η διαδικασία μάθησης στα Μαθηματικά είναι μια κατασκευαστική δραστηριότητα. Η αντίληψη αυτή αντιπαρατίθεται στην ιδέα του «μαθαίνω απορροφώντας γνώση» η οποία παρουσιάζεται ή μεταβιβάζεται από κάποιον και «συλλαμβάνεται» παθητικά από τον μαθητή. Η κατασκευή της γνώσης καθίσταται εφικτή υπό την προϋπόθεση ότι η διαδικασία της μάθησης βασίζεται σε συγκεκριμένες εμπειρίες του ατόμου.

Η μάθηση μιας μαθηματικής έννοιας ή δεξιότητας είναι μια διαδικασία μακρόχρονη και κινείται σε διαδοχικά επίπεδα αφαίρεσης. Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, η μάθηση είναι δυνατή επειδή είμαστε ικανοί να ανακαλύπτουμε κοινές ιδιότητες σε διαφορετικού είδους εμπειρίες, τις οποίες «αποθηκεύουμε» στη μνήμη για μελλοντική χρήση. Η νοητική αναπαράσταση μιας κοινής ιδιότητας είναι αυτό που ονομάζουμε έννοια. Οποτεδήποτε βλέπουμε ή ακούμε κάτι στο περιβάλλον, ανακαλούμε από τη μνήμη μας μια έννοια που θεωρούμε σχετική. Παριστάνοντας τις έννοιες με σύμβολα μπορούμε να τις ανακαλέσουμε κάθε στιγμή χωρίς την ανάγκη εξωτερικού ερεθίσματος. Στην περίπτωση αυτή η έννοια έχει γίνει ένα «νοητικό αντικείμενο», το οποίο διαπραγματευόμαστε με διάφορους τρόπους. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να ομαδοποιήσουμε έννοιες από μια κοινή τους ιδιότητα, σχηματίζοντας έννοιες ανωτέρας τάξεως. Οι διαδοχικές αφαιρέσεις που απαιτούνται για τη δημιουργία εννοιών ανωτέρας τάξεως, προσδιορίζουν το νόημα του όρου «αφαιρετική διαδικασία». Για να μπορέσουν οι μαθητές να μεταβούν από το επίπεδο της άτυπης - εκπεφρασμένης σε συγκεκριμένο πλαίσιο - γνώσης, στο επίπεδο της τυπικής μαθηματικής γνώσης πρέπει να έχουν στη διάθεσή τους τα κατάλληλα εργαλεία που θα τους βοηθήσουν να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ του συγκεκριμένου και του αφηρημένου. Η παροχή συγκεκριμένου υλικού, μοντέλων, σχημάτων, διαγραμμάτων, συμβόλων, εξυπηρετεί αυτό το σκοπό.

Οι έννοιες «αφηρημένο» και «συγκεκριμένο» είναι σχετικές. Κάτι που χαρακτηρίζεται ως αφηρημένο για μια ηλικία μαθητών, λειτουργεί ως συγκεκριμένο εργαλείο για μεγαλύτερες ηλικίες. Αυτό σημαίνει ότι ο προσανατολισμός προς μια βάση συγκεκριμένων εμπειριών, δεν πρέπει να μεταφρασθεί στενά και σε σχέση μόνο με υλικά αντικείμενα ή δραστηριότητες δανεισμένες αποκλειστικά από την καθημερινή ζωή. Τα διάφορα μοντέλα, τα σχήματα, τα διαγράμματα κτλ. ενδέχεται για κάποιες ηλικίες μαθητών να παίξουν το ρόλο του συγκεκριμένου, στο οποίο θα στηριχθεί η διαδικασία απόκτησης μαθηματικής γνώσης.

Εκτός από την ατομική προσπάθεια, η εργασία στο πλαίσιο μιας ομάδας δρα ενισχυτικά στη διαδικασία της μάθησης. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να

διευκολύνει τις γνωστικές αλληλεπιδράσεις, να προσφέρει ευκαιρίες για ανταλλαγή ιδεών, για υπεράσπιση και αντίκρουση ισχυρισμών, για ελεύθερη διατύπωση απόψεων. Η επίδραση της εργασίας σε ομάδες, και για ένα συγκεκριμένο έργο, μπορεί να αξιολογηθεί, τουλάχιστον, στα ακόλουθα επίπεδα:

- Διευκολύνει την εκτέλεση του έργου, π.χ. την επίλυση ενός προβλήματος, δεδομένου ότι το έργο αντιμετωπίζεται από πολλές οπτικές γωνίες και προσεγγίζεται με διάφορους τρόπους.
- Διευκολύνει τη διαδικασία του «προσωπικού αναστοχασμού» ο οποίος είναι ένας από τους πιο σοβαρούς παράγοντες της διαδικασίας της μάθησης. Αυτό σημαίνει ότι, στο πλαίσιο της ομάδας, αναπτύσσεται πιο φυσιολογικά η ικανότητα να παίρνουμε «αποστάσεις» από τις σκέψεις και τις πράξεις μας προκειμένου να τις αναλύσουμε και να τις κρίνουμε σε σχέση με το σκοπό μας.

Οι νέες έννοιες και τα νοητικά αντικείμενα, είτε εντάσσονται αρμονικά στην ήδη υπάρχουσα γνώση (διαδικασία αφομοίωσης) είτε προκαλούν αναπροσαρμογή των παλαιών σχημάτων σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό (διαδικασία προσαρμογής). Να υπογραμμίσουμε ότι με την απλή διόρθωση των παρανοήσεων ή των λαθών από τον διδάσκοντα, οι μαθητές απλά συμβιβάζονται στο πλαίσιο ενός διδακτικού συμβολαίου. Για να αποδεχθούν την αναγκαιότητα αντικατάστασης ή συμπλήρωσης της ήδη υπάρχουσας γνώσης τους πρέπει να εμπλακούν αυτοί οι ίδιοι σε γνωστικές συγκρούσεις. **Οι μαθητές δέχονται να εγκαταλείψουν τα γνωστικά σχήματα που διαθέτουν μόνον εάν από μόνοι τους διαπιστώσουν την ανεπάρκειά τους** για την αντιμετώπιση μιας κατάστασης. Η επίλυση προβλημάτων, και όχι απλά διδακτικών ασκήσεων (των οποίων η λύση προκύπτει ως άμεση εφαρμογή της θεωρίας) αποτελεί ακρογωνιαίο λίθο στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Με άλλα λόγια, η γνώση γενικά και ιδιαίτερα η μαθηματική γνώση αναπτύσσεται μέσα από την αναζήτηση λύσεων σε προβλήματα, η τεκμηρίωση των οποίων γίνεται κατ' αρχήν σε ένα διαισθητικό και εμπειρικό επίπεδο και στη συνέχεια στη βάση μιας αποδεικτικής διαδικασίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ιστορία των Μαθηματικών αποτελεί μια εξαιρετικά πλούσια πηγή άντλησης τέτοιων προβλημάτων. Για τη μαθηματική εκπαίδευση η πραγματικότητα αποτελεί συγχρόνως πεδίο αναφοράς και εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών και δομών. Φυσικά η διάκριση των διαφόρων αρχών μάθησης και διδασκαλίας και η μεταξύ τους σχέση, δεν είναι απόλυτη. Εξυπηρετεί απλά τη διαδικασία διατύπωσης στόχων για τη μαθηματική εκπαίδευση.

Τέλος δεν πρέπει να παραβλέπουμε ότι η ανάπτυξη της τεχνολογίας έχει διευρύνει τους ορίζοντες της μαθηματικής έρευνας και των εφαρμογών. Η ικανότητα των υπολογιστών να επεξεργάζονται σε σύντομο χρόνο μεγάλα πακέτα πληροφοριών, έχει καταστήσει δυνατή την ποσοτικοποίηση και τη λογική ανάλυση των δεδομένων σε περιοχές όπως Οικονομία, Βιολογία, Ιατρική, Κοινωνιολογία κτλ. Τα Μαθηματικά, όμως, που χρησιμοποιούν αυτές οι επιστήμες δεν είναι απαραίτητα τα «κλασικά» Μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο: Αριθμητική - Άλγεβρα - Γεωμετρία - Ανάλυση. Γι' αυτό το λόγο **το πρόγραμμα σπουδών πρέπει να παρέχει την ευκαιρία στους μαθητές να κατανοήσουν μαθηματικά μοντέλα, δομές και προσομοιώσεις που βρίσκουν εφαρμογή και σε εξω-μαθηματικές περιοχές.** Πρέπει να υπογραμμισθεί επίσης, ότι η εξοικείωση των μαθητών με τους υπολογιστές από τα πρώτα κιόλας χρόνια της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν αντικαθιστά, αλλά συμπληρώνει τη διδασκαλία. Πολλά προβλήματα λύνονται μόνο με νοερούς υπολογισμούς, κάποια άλλα απαιτούν τη συνηθισμένη μέθοδο με χαρτί και μολύβι, ενώ για πιο σύνθετους υπολογισμούς η χρήση υπολογιστών διευκολύνει αισθητά τη διαδικασία επίλυσης.

2. Γενικοί στόχοι της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Κατά τη διατύπωση των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορούμε να ορίσουμε 7 άξονες γενικών στόχων. Κάθε άξονας αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη θεώρηση της μαθηματικής εκπαίδευσης. Δηλαδή τα θέματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, μπορούν να αναλυθούν και να μελετηθούν ως προς:

- τη μαθηματική διάσταση
- τη γλωσσική διάσταση
- την εφαρμοσιμότητα και πρακτική χρήση
- τη μαθηματική δομή
- τη μεθοδολογική διάσταση
- τη δυναμική διάσταση
- τη διάσταση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά

α) Μαθηματική διάσταση

Στη διάρκεια της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να δοθεί ευκαιρία στους μαθητές:

- Να αποκτήσουν βασικές μαθηματικές γνώσεις και ικανότητες (π.χ. αλγοριθμικές ικανότητες, ικανότητες σχεδίασης γεωμετρικών σχημάτων κτλ.), οι οποίες για κάθε βαθμίδα καθορίζονται λεπτομερώς από το αντίστοιχο πρόγραμμα σπουδών. Κατά τη συγγραφή των εγχειριδίων που θα αποτελέσουν τον συνδετικό κρίκο μεταξύ προγράμματος σπουδών και διδακτικής υλοποίησης των επιδιωκόμενων στόχων, πρέπει να ληφθούν υπόψη όλες οι διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης και όχι απλά η ορθότητα του μαθηματικού περιεχομένου.
- Να αποκτήσουν ένα επιστημονικό τρόπο σκέψης και αντιμετώπισης πραγματικών καταστάσεων. Απόκτηση επιστημονικού τρόπου σκέψης σημαίνει κυρίως ταυτόχρονη ανάπτυξη της ικανότητας για εξερεύνηση και αξιολόγηση, για φαντασία και κριτική σκέψη.

Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων προσφέρεται ως το πλέον κατάλληλο πεδίο για την καλλιέργεια αυτών των ικανοτήτων. Κατά τη διάρκεια της επίλυσης προβλημάτων, της μοντελοποίησης πραγματικών καταστάσεων και της προοδευτικής μάθησης της διαδικασίας απόδειξης, οι μαθητές συνειδητοποιούν σταδιακά **ότι δουλεύω πάνω σε μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει κυρίως:** προσδιορίζω το πρόβλημα, εικάζω για το αποτέλεσμα, πειραματίζομαι με τη βοήθεια παραδειγμάτων, συνθέτω ένα συλλογισμό, διατυπώνω μια λύση, ελέγχω τα αποτελέσματα και αξιολογώ την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα. Γι' αυτό το λόγο η επίλυση προβλημάτων πρέπει να αποτελεί το κέντρο του ενδιαφέροντος ενός Π.Σ. των Μαθηματικών, όχι απαραίτητα ως ανεξάρτητη θεματική περιοχή, αλλά ως βασικός άξονας γύρω από τον οποίο θα οργανωθεί η διδασκαλία των βασικών μαθηματικών εννοιών. Στις πρώτες βαθμίδες της εκπαίδευσης, η θεματολογία των προβλημάτων θα προκύπτει από τις άμεσες εμπειρίες των μαθητών ενώ σταδιακά τα προβλήματα θα γίνονται πιο σύνθετα και θα σχετίζονται τόσο με πραγματικές καταστάσεις όσο και με καθαρά μαθηματικά θέματα.

Με τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων οι μαθητές:

- Ερευνούν και κατανοούν μαθηματικά περιεχόμενα (έννοιες, συλλογισμούς κτλ.)

-Διατυπώνουν προβλήματα με αφορμή καθημερινές ή μαθηματικές καταστάσεις.

-Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν ποικίλες στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων.

-Επαληθεύουν και ερμηνεύουν αποτελέσματα σε σχέση με το αρχικό πρόβλημα.

-Γενικεύουν λύσεις και στρατηγικές έτσι ώστε να βρίσκουν εφαρμογή σε νέες καταστάσεις.

-Αποκτούν εμπιστοσύνη ως προς τις μαθηματικές ικανότητές τους.

-Γίνονται ικανοί να εφαρμόζουν τη διαδικασία της μοντελοποίησης για την επεξεργασία πραγματικών καταστάσεων.

β) Γλωσσική διάσταση

Τα Μαθηματικά είναι ένας τρόπος με τον οποίο περιγράφονται όψεις του περιβάλλοντος κόσμου. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να προσανατολίζεται προς το να προσφέρει στους μαθητές ένα πλήρη έλεγχο της γλώσσας των Μαθηματικών ως ένα μέσο επικοινωνίας.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει:

-Να έχουν ένα πλήρες λεξιλόγιο μαθηματικών όρων και συμβόλων υπό τον έλεγχό τους.

-Να κατανοούν τη σύνταξη της μαθηματικής γλώσσας και να κάνουν σωστή χρήση αυτής της γλώσσας όταν συζητούν, συνθέτουν λύσεις ή διατυπώνουν ερωτήσεις.

-Να είναι ικανοί να διαβάζουν και να ερμηνεύουν μαθηματικά κείμενα που είναι διατυπωμένα σε προφορική, διαγραμματική ή συμβολική μορφή.

-Να διαθέτουν ικανότητα για μετάφραση από τη φυσική γλώσσα στη μαθηματική γλώσσα.

-Να συσχετίζουν πραγματικά αντικείμενα και καταστάσεις, εικόνες και διαγράμματα με μαθηματικές έννοιες και ιδέες.

γ) Εφαρμοσιμότητα και πρακτική χρήση

Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να στοχεύει τόσο στην απόκτηση εφαρμόσιμης γνώσης όσο και στην κατανόηση των πρακτικών εφαρμογών. Για παράδειγμα, πρέπει να γίνονται συνδέσεις μεταξύ καταστάσεων προβληματισμού (εντός και εκτός του μαθηματικού πλαισίου) και μεταξύ μαθηματικών εννοιών και δομών.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει:

-Μάθηση του τρόπου επαναδόμησης και επαναδιατύπωσης ενός προβλήματος από μια εξωμαθηματική περιοχή, σε μαθηματικό πρόβλημα.

-Χρήση μαθηματικών εργαλείων (π.χ. μαθηματικών μοντέλων και μεθόδων) για τη λύση προβλημάτων, εντός και εκτός του μαθηματικού περιβάλλοντος.

-Σχεδιασμό και επεξεργασία μαθηματικών μοντέλων για την αντιμετώπιση προβλημάτων και ως εκ τούτου συνειδητοποίηση της δύναμης και των ορίων των Μαθηματικών.

-Ικανοποιητική αντιμετώπιση καταστάσεων στις οποίες μπορούν να εφαρμόσουν μαθηματικές διαδικασίες.

-Αναγνώριση σχέσεων μεταξύ διαφόρων περιοχών των Μαθηματικών και σχέσεων μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων γνωστικών περιοχών του προγράμματος σπουδών.

-Δυνατότητα εφαρμογής των Μαθηματικών σε άλλες επιστημονικές περιοχές (π.χ. στη Φυσική, Βιολογία, Τεχνολογία, Κοινωνιολογία κτλ.) και σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής μέσω επίλυσης προβλημάτων.

-Μάθηση της χρήσης μέσων της νέας τεχνολογίας που έχουν σχέση με τα Μαθηματικά.

-Εξερεύνηση και αξιολόγηση στρατηγικών εκτίμησης προσεγγίσεων και αποτελεσμάτων.

δ) Δομή

Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εντοπίζουν και να κατανοούν τον τρόπο σύνδεσης των μαθηματικών εννοιών και να αναγνωρίζουν κάτω από ποικίλες εκφράσεις τους, κοινές αρχές.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει:

-Ανακάλυψη κοινών αρχών και σχέσεων στις περιοχές των αριθμών, των σχημάτων των αλγεβρικών εκφράσεων κτλ. και χρησιμοποίηση αυτών των σχέσεων για την ανάλυση μαθηματικών καταστάσεων.

-Ανακάλυψη κοινών ιδιοτήτων μαθηματικών αντικειμένων (π.χ. πράξεων, σχέσεων, δομών) για κάθε περιοχή του προγράμματος σπουδών.

-Αναζήτηση και διατύπωση νόμων και κανόνων.

-Ικανότητα σύνθεσης παραδειγμάτων, όταν δίνονται οι κανόνες.

-Αιτιολόγηση της πορείας επίλυσης ενός προβλήματος με βάση τη μαθηματική λογική για τις ανώτερες βαθμίδες και την άτυπη λογική για το επίπεδο του Δημοτικού.

ε) Μεθοδολογική διάσταση

Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να προσανατολισθεί στη μάθηση μεθόδων εξερεύνησης και συλλογιστικών στρατηγικών όπως η διαίσθηση, η αναλογική-επαγωγική και η παραγωγική σκέψη.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει:

-Εμπειρική προσέγγιση που χαρακτηρίζεται από εξερεύνηση, παρατήρηση, διατύπωση και έλεγχο υποθέσεων και ενδεχομένως παραγωγικό συλλογισμό.

-Μύηση στη λειτουργία της αποδεικτικής διαδικασίας και συνειδητοποίηση της δυνατότητας αυτονομίας που αυτή τους παρέχει στον έλεγχο της επιτυχίας ή αποτυχίας τους.

-Συνειδητοποίηση της σημασίας της αναλογικής σκέψης, της εκτίμησης, του τρόπου διατύπωσης μιας υπόθεσης, της απαγωγής και της παραγωγής.

-Μάθηση κάποιων συγκεκριμένων στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων.

στ) Δυναμική διάσταση.

Τα Μαθηματικά βρίσκονται σε συνεχή ανάπτυξη και εξέλιξη. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να βοηθήσει τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν την ευρύτητα και τη δυναμική των Μαθηματικών σε υποκειμενικό και αντικειμενικό επίπεδο.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει:

-Γνώση της ιστορικής εξέλιξης των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών (π.χ. εξέλιξη των αριθμητικών συστημάτων).

-Γνώση της εξέλιξης και των σύγχρονων εναλλακτικών τρόπων χειρισμού των αριθμητικών τεχνικών (π.χ. των διαφόρων αλγορίθμων) για τις βασικές πράξεις.

ζ) Διάσταση στάσης απέναντι στα Μαθηματικά.

Για να επιτευχθούν οι προηγούμενοι στόχοι, οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν μια θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά.

Για τη μαθηματική εκπαίδευση αυτό σημαίνει ότι πρέπει να δώσει στους μαθητές την ευκαιρία:

-Να επισημάνουν, να αξιολογήσουν και να διορθώσουν τα λάθη τους, μέσα από ευρετικές δραστηριότητες.

-Να αξιολογήσουν μια μαθηματική μέθοδο.

-Να δουλέψουν σε ένα πλούσια δομημένο μαθηματικό περιβάλλον όπου θα υπάρχει χώρος για πρωτοβουλία, εφευρετικότητα και νοητική πρόκληση.

-Να έχουν απόλυτη ελευθερία ως προς την επιλογή των μοντέλων που θα χρησιμοποιήσουν για να αντιμετωπίσουν μια κατάσταση ή για να εξηγήσουν τη σκέψη τους. Η αυτονομία αυτή θα τους βοηθήσει να αποκτήσουν εμπιστοσύνη στην ικανότητά τους να σκέφτονται και να δημιουργούν σε ένα μαθηματικό περιβάλλον.

3. Μεθοδολογικές οδηγίες για τη διδασκαλία.

Η υλοποίηση των γενικών στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορεί να γίνει με δύο προσεγγίσεις:

Σύμφωνα με τη πρώτη προσέγγιση, η διδασκαλία των Μαθηματικών οργανώνεται με βάση συγκεκριμένους στόχους, οι οποίοι εκφράζονται με όρους αναμενόμενης συμπεριφοράς.

Τα χαρακτηριστικά ενός τέτοιου στόχου-προϊόντος είναι :

-Η μπιχεβιοριστική συνιστώσα, η οποία παρουσιάζεται με τη μορφή ρήματος που περιγράφει μια παρατηρήσιμη και μετρήσιμη συμπεριφορά (π.χ. «να είναι ικανός ο μαθητής **να σχεδιάζει...**»).

-Η μαθηματική έννοια, η οποία αποτελεί το αντικείμενο του στόχου (π.χ. «... να σχεδιάζει **ένα ισόπλευρο τρίγωνο**»).

Για μια πλήρη περιγραφή του στόχου, εκτός από τη δραστηριότητα για την οποία πρέπει να είναι ικανός ο μαθητής, πρέπει να προσδιορίσουμε επίσης τις συνθήκες κάτω από τις οποίες θα εκτελεσθεί η δραστηριότητα και τα κριτήρια επιτυχίας (π.χ. «ο μαθητής να είναι ικανός **να σχεδιάσει** ένα ισόπλευρο τρίγωνο **με χάρακα και διαβήτη**». Θεωρείται ότι ο στόχος έχει επιτευχθεί εάν ο μαθητής μπορεί να σχεδιάσει τρία **διαφορετικά** ισόπλευρα τρίγωνα).

Σύμφωνα με τη πρώτη αυτή προσέγγιση, η οργάνωση της διδασκαλίας ακολουθεί τα εξής στάδια:

-Σχεδιασμός των στόχων οι οποίοι πρέπει να επιτευχθούν μέσω της διδασκαλίας.

-Καταγραφή των παρατηρήσιμων συμπεριφορών τις οποίες πρέπει να παρουσιάσουν οι μαθητές για να διαπιστωθεί ότι οι στόχοι έχουν επιτευχθεί.

-Προετοιμασία της διδασκαλίας με τη συλλογή κάθε πληροφορίας γύρω από τη σχέση των μαθητών με τους επιδιωκόμενους στόχους.

- Συγκρότηση ενός οριστικού καταλόγου στόχων.
- Σχεδιασμός και πραγματοποίηση διδακτικού υλικού που θα βοηθήσει στην επίτευξη των στόχων.
- Αξιολόγηση του τελικού αποτελέσματος.

Η ιδεολογία που διέπει τη δεύτερη προσέγγιση είναι ότι ο μαθητής που ασχολείται με τα Μαθηματικά δεν διαφέρει ουσιαστικά από έναν ερευνητή ή έναν καλλιτέχνη που έχει ως βασικό κίνητρο μια εσωτερική επιθυμία για αναζήτηση και αυτή η επιθυμία συντηρείται και αυξάνεται από την ικανοποίηση που του προσφέρουν τα καινούργια στοιχεία που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της αναζήτησης.

Αυτό που μετράει περισσότερο είναι ο πλούτος της εμπειρίας που αποκτιέται κατά τη διαδικασία μάθησης στο πλαίσιο μιας ανοικτής μαθησιακή κατάσταση και όχι μόνο η ποικιλία των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν.

Σύμφωνα με αυτό το σκεπτικό, η διδασκαλία μόνον κατά ένα μέρος της μπορεί να περιγραφεί με όρους παρατηρήσιμης συμπεριφοράς.

Οι συγκεκριμένοι στόχοι δεν περιγράφουν παρά μόνο την τελική παραγωγή, αφήνοντας κατά μέρος το πιο ουσιαστικό κομμάτι της διδασκαλίας, που αποτελείται από έναν ολόκληρο κύκλο μαθηματικής περιπλάνησης με στιγμές:

-εξερεύνησης, επίλυσης επιμέρους προβλημάτων, ανακάλυψης βέλτιστων στρατηγικών, επιλογής συστηματικής προσέγγισης του αποτελέσματος, διατύπωσης της λύσης, διατύπωσης γενικών κανόνων λύσης κτλ.).

Αν δεχτούμε, επομένως, ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν αφορά μόνο γνώσεις και κατάκτηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων, αλλά περιλαμβάνει διαδικασίες μάθησης που καλύπτουν τις διαστάσεις που έχουμε ήδη περιγράψει, οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων, παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών.

Η επιλογή των δραστηριοτήτων γίνεται με βάση συγκεκριμένα κριτήρια που αναφέρονται στους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και η διατύπωσή τους επιτρέπει την εμπλοκή του συνόλου των μαθητών της τάξης.

Για τους μαθητές αυτό σημαίνει ότι έχουν την ευκαιρία να σκεφθούν και να ενεργήσουν στο δικό τους προσωπικό επίπεδο και να διατυπώσουν τους δικούς τους επιμέρους στόχους.

Για το δάσκαλο αυτό σημαίνει υψηλό βαθμό αυτενέργειας και πρωτοβουλίας. Πρέπει να είναι ικανός να διακρίνει πίσω από τη διατύπωση μιας δραστηριότητας τους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και να τους προσαρμόσει στις ιδιαιτερότητες της τάξης του.

Επιδιώκοντας τους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης μέσω επεξεργασίας κατάλληλων δραστηριοτήτων, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να αιτιολογούν κατ' αναλογία, να εκτιμούν την ισχύ πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ της λύσης που προτείνουν και να εκφράζονται στη μαθηματική γλώσσα εκτιμώντας την ισχύ της ως εργαλείο επικοινωνίας.

Αυτοί είναι οι πραγματικοί στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης. **Οι στόχοι, δηλαδή, αφορούν την ίδια τη διαδικασία μάθησης και δεν αποτελούν απλά μετρήσιμο αποτέλεσμα.**

Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι μια διαδικασία μάθησης που στηρίζεται σε επεξεργασία δραστηριοτήτων δεν θα οδηγήσει σε κάποια «προϊόντα» μάθησης που οι υποστηρικτές της πρώτης προσέγγισης εκφράζουν με τη μορφή παρατηρήσιμων

συμπεριφορών. Απλά οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν μεγάλο εύρος και δεν μπορούν να περιοριστούν σε μια στείρα έκφραση «προϊόντος».

Με βάση τα προηγούμενα, προκύπτει ότι για κάθε τάξη, η διδασκαλία των Μαθηματικών, πρέπει να οργανωθεί στη βάση μιας συνύπαρξης ενός σχεδιασμού κατάλληλων και πλούσιων δραστηριοτήτων και ενός προγραμματισμού μιας επιθυμητής τελικής συμπεριφοράς. Άλλωστε, η περιγραφή των στόχων με όρους επιδιωκόμενων «προϊόντων» όταν πρόκειται για απόκτηση υψηλού επιπέδου διανοητικών ικανοτήτων είναι συχνά ατελής, αν όχι και ανέφικτη (π.χ. δεν μπορείς να εκφράσεις με τη μορφή «προϊόντος» την αναλογική σκέψη ή την κριτική ικανότητα). Γι' αυτό και η διδασκαλία πρέπει να οργανωθεί στη βάση δραστηριοτήτων για την επίτευξη των γενικών στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης, με τους συγκεκριμένους μετρήσιμους στόχους να ενέχουν το ρόλο του παραδείγματος για το διδάσκοντα προκειμένου αυτός να βοηθηθεί στη μετάφραση των γενικών στόχων.

Χωρίς αμφιβολία, μια δραστηριότητα δεν επιλέγεται ποτέ στην τύχη, πίσω της υπάρχουν πάντα συγκεκριμένοι στόχοι. Μόνο που η πρόωρη διατύπωση αυτών των στόχων περιορίζει τη δυναμικότητα της δραστηριότητας. Με άλλα λόγια, τόσο η πρώτη όσο και η δεύτερη προσέγγιση είναι από μόνες τους ατελείς. Η πρώτη είναι αρκετά περιοριστική στη διατύπωση των στόχων ενώ στη δεύτερη, η δραστηριότητα από μόνη της δεν αντανακλά τον πλούτο της μαθησιακής εμπειρίας. Και ενώ οι μετρήσιμοι στόχοι είναι ελλιπείς αλλά αυθύπαρκτοι, οι στόχοι - δραστηριότητες είναι πληρέστεροι, αλλά απαιτούν την ουσιαστική και υπεύθυνη συνεργασία ενός καλά κατατοπισμένου δασκάλου, γιατί εκείνος είναι που θα προσφέρει την ευκαιρία στους μαθητές του να αποκτήσουν τις επιθυμητές ικανότητες.

ΑΡΘΡΟ 2^ο

ΔΗΜΟΤΙΚΟ

1. Γενικοί σκοποί της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο

Κύριος σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου είναι η σε πρώτο επίπεδο κατανόηση του κόσμου των αριθμών και απόκτηση της ικανότητας εκτέλεσης των πράξεων, η κατανόηση του περιβάλλοντος φυσικού χώρου με την παρατήρηση, περιγραφή και μέτρηση, έτσι ώστε το παιδί να καταστεί σταδιακά ικανό να εφαρμόζει μαθηματικές γνώσεις, μεθόδους και διαδικασίες σε προβλήματα της καθημερινής ζωής. Ο σκοπός αυτός επιδιώκεται με την ενεργητική οικοδόμηση θεμελιωδών μαθηματικών εννοιών, την ανάπτυξη της ικανότητας του παιδιού να μαθηματικοποιεί “καταστάσεις προβλήματος”, να επιλύει προβλήματα, να αιτιολογεί τα συμπεράσματά του, να χρησιμοποιεί μαθηματικό συμβολισμό, να εφαρμόζει αλγόριθμους και διαδικασίες, να εκτελεί λογιστικές πράξεις και να υπολογίζει το αποτέλεσμα.

Κατά την επιλογή και οργάνωση της ύλης και των δραστηριοτήτων που συγκροτούν ένα σύγχρονο Π.Σ. Μαθηματικών, οι βασικές παράμετροι που προσδιορίζουν τον προσανατολισμό και αποτελούν το βασικό πλαίσιο αναφοράς είναι οι ακόλουθες:

- Η ανάγκη για ένα ευέλικτο Π.Σ. που όχι μόνο επιτρέπει, αλλά και ενθαρρύνει τη σχολική μονάδα ως σύνολο και τον κάθε δάσκαλο ξεχωριστά να αναπτύσσουν πρωτοβουλίες και να κάνουν τις δικές τους παρεμβάσεις και επιλογές, με βάση τα πραγματικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου σχολείου και της ομάδας των παιδιών για το οποία προορίζεται το Π.Σ.
- Η εν γένει εμπειρία από την εφαρμογή των υφισταμένων Π.Σ. των Μαθηματικών του Δημοτικού σχολείου, τα σχετικά πορίσματα έρευνας και γενικότερα τα αξιολογικά συμπεράσματα και οι πεποιθήσεις που φαίνεται να έχουν γίνει κοινή συνείδηση ανάμεσα σε βασικούς φορείς της ελληνικής κοινωνίας (τους εκπαιδευτικούς, τους γονείς, τους ανθρώπους του πνεύματος και φυσικά την παιδαγωγική κοινότητα).
- Οι σύγχρονες αντιλήψεις αναφορικά με τη φύση και τη μάθηση των Μαθηματικών (τι είναι και πώς μαθαίνονται τα Μαθηματικά;), δηλαδή τα τελευταία πορίσματα της επιστήμης των Μαθηματικών, της διδακτικής των Μαθηματικών, της παιδαγωγικής επιστήμης γενικά, καθώς επίσης και της γνωστικής ψυχολογίας και της ψυχολογίας μάθησης.
- Τα Π.Σ. των Μαθηματικών που ισχύουν σήμερα σε άλλες εκπαιδευτικά προηγμένες χώρες του κόσμου και ειδικότερα στις χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης και στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής.
- Οι νέες συνθήκες ζωής που επηρεάζουν άμεσα τόσο το μαθησιακό περιβάλλον της τάξης όσο και το περιβάλλον της οικογένειας και σχετίζονται με τους στόχους του Π.Σ. των Μαθηματικών, όπως είναι για παράδειγμα η ραγδαία εξάπλωση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και η άμεση πρόσβαση στα ηλεκτρονικά μέσα ενημέρωσης.
- Ο διαθέσιμος χρόνος για τη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Ενώ οι πιο πάνω παράγοντες οριοθετούν και κατευθύνουν το σχεδιασμό του Π.Σ., η πραγματική επιλογή του περιεχομένου και η συγκρότησή του αποσκοπεί στην πραγμάτωση των σκοπών της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Οι σκοποί αυτοί θα μπορούσαν να συνοψιστούν όπως φαίνεται πιο κάτω:

- Η ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης του παιδιού, ώστε να αποκτήσει ευρύτητα και λειτουργικότητα σε πολλαπλά επίπεδα.
- Η ανάπτυξη της νοητικής λειτουργίας της μνήμης, της προσοχής, και της ικανότητας για ακρίβεια, γενίκευση και αφαίρεση.
- Η οικοδόμηση βασικών μαθηματικών εννοιών, γνώσεων και διαδικασιών, που επιτρέπουν στο παιδί να αντιμετωπίζει πρακτικά και νοητικά προβλήματα.
- Η ανάπτυξη της ικανότητας του παιδιού να αιτιολογεί, να επικοινωνεί στα Μαθηματικά και δια των Μαθηματικών, και να χρησιμοποιεί ποικίλες στρατηγικές καθώς και τη σύγχρονη τεχνολογία για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.
- Η κατανόηση του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης, η ανάπτυξη των δεξιοτήτων εκτέλεσης των πράξεων στο σύνολο των φυσικών και των κλασματικών και δεκαδικών αριθμών, η κατανόηση και σχηματοποίηση απλών προβλημάτων αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, η κατανόηση των ιδιοτήτων βασικών στερεών και επιπέδων σχημάτων, και η ικανότητα μετρήσεων, υπολογισμών, κτλ.

- Η ικανότητα συλλογής, ταξινόμησης και παρουσίασης δεδομένων, καθώς και η ικανότητα μετάφρασης και αποκωδικοποίησης στοιχείων.
- Η ευαισθητοποίηση αναφορικά με τη σημασία των Μαθηματικών και της συμβολής τους στην κοινωνική και οικονομική ανάπτυξη σε όλη την ιστορική διαδρομή της ανθρωπότητας και συνακόλουθα η ανάπτυξη θετικών στάσεων προς τα Μαθηματικά.

Ως προς τη διάταξη της ύλης, του Π.Σ. αυτή θα ακολουθήσει το σπειροειδές μοντέλο, έτσι ώστε να δίνεται η δυνατότητα επανόδου στις ίδιες έννοιες σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα, σε προωθημένο κάθε φορά επίπεδο και έκταση. Με τη διάταξη αυτή υλοποιείται μια πολύ βασική παιδαγωγική αρχή, σύμφωνα με την οποία η μάθηση επιτυγχάνεται μέσα από τη διαμόρφωση “γνωστικών σχημάτων”, τα οποία εμπλουτίζονται και επεκτείνονται, αναδιαμορφώνονται και αποκτούν προοδευτικά περισσότερες διασυνδέσεις.

Η οργάνωση της ύλης που θα προταθεί δεν αναμένεται να διαχωρίζει τα περιεχόμενο σε θεματικές ενότητες, π.χ. Αριθμητική- Γεωμετρία-Στατιστική, αλλά αντίθετα θα επιδιώκει τη μέγιστη δυνατή διαπλοκή και σύνδεση των διαφόρων θεματικών ενοτήτων που συναποτελούν τα Μαθηματικά, δηλαδή της Αριθμητικής με τη Γεωμετρία και τη Στατιστική, ώστε να προκύπτει ένα ενιαίο και συνεκτικό σύνολο Μαθηματικών.

Βασικό στοιχείο κατά την ανάπτυξη του Π.Σ. είναι να ληφθεί πρόνοια ώστε η εισαγωγή των νέων εννοιών και διαδικασιών να γίνεται μέσα από ελκυστικά προβλήματα από τη ζωή των μαθητών, έτσι ώστε να υπάρχει συγκεκριμένο κίνητρο και ταυτόχρονα να αναπτύσσονται εμπειρίες που καθοδηγούν στη δημιουργία και οργάνωση των σχετικών νοητικών σχημάτων. Στο επίπεδο του Δημοτικού Σχολείου η μάθηση των Μαθηματικών δεν πρέπει να έχει τυπικό χαρακτήρα που συχνά προκαλεί άγχος, αλλά να επέρχεται κατά το δυνατό αβίαστα και ευχάριστα μέσα από δραστηριότητες που έχουν το στοιχείο του παιχνιδιού. Μέσα από το παιχνίδι οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να κατανοούν πολλές μαθηματικές έννοιες, ενώ ταυτόχρονα θα αναπτύξουν θετικές στάσεις προς τα Μαθηματικά. Στις δραστηριότητες που θα σχεδιαστούν αναμένεται ότι τα παιδιά θα έχουν την ευκαιρία να χρησιμοποιούν ποικιλία διδακτικών μέσων, από τα πιο απλά π.χ. ξυλάκια και σπόρους, ως τα πιο σύνθετα, όπως είναι η ο υπολογιστής τσέπης και ο ηλεκτρονικός υπολογιστής.

Είναι σημαντικό να αναπτυχθεί ένα Π.Σ. με συνοχή και συνέπεια, που να συντελεί στην οικοδόμηση των Μαθηματικών από τον ίδιο το μαθητή μέσα από καλά διαβαθμισμένες ευχάριστες δραστηριότητες, χωρίς μαθησιακά άλματα από τη μια τάξη στην άλλη και χωρίς υπερβολικές επικαλύψεις, μέσα από το οποίο να επιτυγχάνεται προοδευτικά η υλοποίηση των σκοπών της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Οι μαθητές θα εμπλακούν σε δραστηριότητες και θα αποκτήσουν εμπειρίες οι οποίες:

- Διευκολύνουν την ανάπτυξη της ικανότητας του παιδιού να επιλύει μαθηματικά προβλήματα.
- Παρέχουν μια συνολική προοπτική της δομής των Μαθηματικών καθώς και των διασυνδέσεων μεταξύ των επιμέρους θεμάτων.
- Ενεργοποιούν διάφορα μαθησιακά μοντέλα, μέσα από ποικίλες διδακτικές στρατηγικές και με τη χρήση μέσων και υλικών.

- Υπογραμμίζουν τον κοινωνικό και συμμετοχικό χαρακτήρα της μάθησης, μέσα από συνεχή αλληλεπίδραση, προφορική και γραπτή επικοινωνία, συζήτηση και παρατήρηση.
- Λειτουργούν μέσα σε ένα κλίμα αμοιβαίου σεβασμού της προσωπικότητας του παιδιού και ίσης μεταχείρισης.
- Αξιοποιούν τη σύγχρονη τεχνολογία ως εργαλείο μάθησης και σκέψης.
- Αξιολογούν τη διαδικασία διδασκαλίας και τα αποτελέσματά της, με πολλαπλά μέσα και λαμβάνοντας υπόψη διάφορες πηγές πληροφόρησης.

Ανεξάρτητα από το περιεχόμενο της ενότητας, οι δραστηριότητες θα έχουν μόνιμα στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος την ανάπτυξη της ικανότητας του παιδιού να επιλύει προβλήματα, να κάνει λογικούς συλλογισμούς, να κάνει υπολογισμούς και απλές πράξεις από μνήμης, να εκτιμά το αποτέλεσμα κατά προσέγγιση και να αξιολογεί τη λογικότητά του.

Σε όλες τις ενότητες περιεχομένου και σε όλες τις τάξεις, οι δραστηριότητες ενδείκνυται να είναι οργανωμένες σε τρία επίπεδα, που θα μπορούσαν να αποδοθούν με την περιγραφή του J. Bruner: το χειριστικό, το εικονικό και το συμβολικό.

Επίπεδο I. Στο αρχικό επίπεδο, οι έννοιες, οι δεξιότητες και τα προβλήματα, εισάγονται με δραστηριότητες που βασίζονται στο χειρισμό πραγματικών αντικειμένων και υλικών.

Επίπεδο II. Στο επόμενο επίπεδο, οι δραστηριότητες αποσκοπούν στη σύνδεση και μεταφορά από το συγκεκριμένο στο εικονικό, όπου τα παιδιά χειρίζονται εικόνες, σχήματα και άλλες οπτικές αναπαραστάσεις.

Επίπεδο III. Στο πιο προχωρημένο επίπεδο, οι δραστηριότητες κατευθύνονται στο συμβολικό και το αφηρημένο, όπου τα παιδιά χειρίζονται σύμβολα, ιδέες και έννοιες.

2. Στόχοι - περιεχόμενα της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο

Τάξη Α΄

| Στόχοι | Περιεχόμενα |
|---|--|
| <p>Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να :</p> <p>Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές ικανότητες για την επίλυση προβλημάτων</p> | <p style="text-align: center;"><u>•Επίλυση προβλημάτων</u></p> <p>Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τους αριθμούς στην καθημερινή ζωή</p> <p style="text-align: center;"><u>•Απαγγελία , ανάγνωση, γραφή και διάταξη αριθμών μέχρι το 100</u></p> <p>Απαγγέλλουν τους αριθμούς 1-1, 2-2, 5-5 και 10-10</p> |
| <p>Χρησιμοποιούν, οργανώνουν και</p> | |

επεκτείνουν τις προϋπάρχουσες βιωματικές γνώσεις τους σχετικά με τους αριθμούς από την προσχολική ηλικία (απαρίθμηση, προφορική αρίθμηση, άμεση εκτίμηση μικρών ποσοτήτων, ανάγνωση αριθμών). Απαγγέλλουν, διαβάζουν, γράφουν και αναγνωρίζουν ποσότητες αριθμών μέχρι το 100.

Εκτελούν απλές προσθέσεις και αφαιρέσεις μεταξύ διψήφιων αριθμών χωρίς να περιλαμβάνεται στους στόχους η επισταμένη διδασκαλία των αλγορίθμων της γραπτής πρόσθεσης και της αφαίρεσης

Χειρίζονται δραστηριότητες αθροιστικής επανάληψης και μοιρασιάς.

Μετρούν μήκη με αυθαίρετη μονάδα, αναγνωρίζουν και χρησιμοποιούν συμβατικές μονάδες για τα άλλα μεγέθη

Προσανατολίζονται στο χώρο, χαράσσουν και αναπαράγουν σχήματα

Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και ταξινομούν απλά στερεά και ευθύγραμμα σχήματα και μαθαίνουν τα βασικά χαρακτηριστικά τους.

Αναγνωρίζουν συμμετρικά σχήματα ως προ άξονα

μέχρι το 100. Διαβάζουν και γράφουν τους αριθμούς με βάση το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Χρησιμοποιούν αντικείμενα και κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό (ζάρια, αριθμητήριο, κτλ) και συνδέουν τις ποσότητες με τους αριθμούς.

- Η πράξη της πρόσθεσης και της αφαίρεσης

Μεταβαίνουν προοδευτικά από καταμετρήσεις αντικείμενων σε διαδικασίες νοερών υπολογισμών. Στόχος είναι οι μαθητές να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις εφαρμόζοντας τις διαδικασίες των νοερών υπολογισμών με βάση την πεντάδα και τη δεκάδα.

- Αθροιστική επανάληψη και μοιρασιά.

Εξοικειώνονται με καταστάσεις αθροιστικής επανάληψης ίσων ποσών για μία πρώτη προσέγγιση στην έννοια του πολλαπλασιασμού και με καταστάσεις μοιρασιάς (ισομερούς ή όχι) για μία διαισθητική προσέγγιση στην έννοια της διαίρεσης.

- Μετρήσεις. Μήκος, χρόνος, χρήμα και βάρος (μάζα).

Χρησιμοποιούν αυθαίρετες μονάδες για τη μέτρηση του μήκους. Αναγνωρίζουν και χρησιμοποιούν ως εφαρμογές στους αριθμούς και τις πράξεις τα νομίσματα μέχρι και το κατοστάρικο. Έχουν μια πρώτη επαφή με την έννοια του χρόνου και των οικείων χρονικών διαστημάτων καθώς και με τη λειτουργία της ζυγαριάς

- Γεωμετρία

Εντοπίζουν τη θέση αντικειμένων με σημείο αναφοράς τον εαυτό τους ή εξωτερικά σημεία αναφοράς. Αποκτούν τη δεξιότητα να χαράζουν ευθύγραμμα τμήματα με το χάρακα ενώνοντας συγκεκριμένα σημεία και μπορούν να ανακατασκευάζουν απλά παζλ, πλακόστρωτα, αλγοριθμικά σχήματα κτλ

- Αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση σχημάτων

Διακρίνουν τα στερεά: κύβο, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, κύλινδρο, σφαίρα. και τα επίπεδα σχήματα: κύκλο, τετράγωνο, ορθογώνιο και τρίγωνο.

- Συμμετρία ως προς άξονα

Παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά. Χρησιμοποιούν το δίπλωμα για να ελέγχουν και να συμπληρώνουν τη συμμετρία.

Τάξη Β΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να :

Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές ικανότητες για την επίλυση προβλημάτων

Αναγνωρίζουν, γράφουν, συγκρίνουν και διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1.000. Αναγνωρίζουν την αξία θέσης των ψηφίων (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες χιλιάδες).

Εκτελούν τους αλγόριθμους της γραπτής πρόσθεσης και αφαίρεσης μεταξύ διψήφιων και τριψήφιων αριθμών χωρίς κρατούμενα και με κρατούμενα.

Εκτελούν απλούς πολ/σμούς Απομνημονεύουν τον πίνακα της προπαίδειας.

Αναγνωρίζουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες της αντιμετάθεσης και του προσεταιρισμού στην πρόσθεση και τον πολ/σμό

Χειρίζονται δραστηριότητες (ισομερούς ή όχι) μοιρασιάς

Εφαρμόζουν τη διαδικασία μέτρησης μηκών και επιφανειών με σταθερές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Μετρούν και συγκρίνουν χρονικές διάρκειες, εκτιμούν την αξία των

Περιεχόμενα

•Επίλυση προβλημάτων

Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις.

•Απαγγελία, ανάγνωση, γραφή και διάταξη αριθμών μέχρι το 1000

Εμπνεδώνουν και επεκτείνουν το σύνολο των φυσικών μέχρι το 1.000. μέσα από δραστηριότητες και προβλήματα και μέσα από τη χρήση εκπαιδευτικού υλικού (αριθμητήριο, κύβους, κτλ) για την αναπαράσταση των ψηφίων των αριθμών και των σχέσεων μεταξύ τους

•Η πράξη της πρόσθεσης και της αφαίρεσης

Πριν φθάσουν στην εκτέλεση γραπτών αλγορίθμων εκτελούν νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις μονοψήφιων αριθμών εφαρμόζοντας διαδικασίες υπολογισμών με βάση την πεντάδα και τη δεκάδα. Εκτελούν νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις διψήφιων και τριψήφιων αριθμών εφαρμόζοντας συγκεκριμένες διαδικασίες.

•Πολλαπλασιασμός

Εισάγονται στην έννοια του πολλαπλασιασμού, των συμβόλων του και της αντιμεταθετικής ιδιότητας

•Ιδιότητες αντιμετάθεσης και προσεταιρισμού.

Το άθροισμα με περισσότερους προσθετέους και το γινόμενο με περισσότερους από δύο παράγοντες συνδυάζεται με υποδείξεις που οδηγούν στις ιδιότητες της αντιμετάθεσης και του προσεταιρισμού.

•Καταστάσεις μοιρασιάς

Εξοικειώνονται με βιωματικές, εμπράγματος και εικονικές καταστάσεις μοιρασιάς (ισομερούς ή όχι), χωρίς την εισαγωγή του αλγόριθμου της διαίρεσης

•Μετρήσεις ; μήκος, επιφάνεια, χρόνος, χρήμα, βάρος.

Εισάγονται στη χρήση σταθερών μονάδων μέτρησης : το μέτρο και το εκατοστό. Μετρούν επιφάνειες χρησιμοποιώντας ως μονάδες μέτρησης άλλες μικρότερες επιφάνειες και γεωμετρικά σχήματα.

νομισμάτων και χρησιμοποιούν τις μονάδες βάρους του κιλού και του γραμμαρίου

Χρησιμοποιούν την μέτρηση του χρόνου με το ρολόι. Κάνουν χρηματικές ανταλλαγές μέχρι και το χιλιάριο. Εξοικειώνονται εμπειρικά με τη λειτουργία της ζυγαριάς

Σχεδιάζουν και αναπαράγουν σχήματα

•Γεωμετρία

• Χάραξη και αναπαραγωγή σχημάτων

Μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες μαθαίνουν να προσανατολίζονται και να κινούνται σε τετραγωνισμένο χαρτί και να σχεδιάζουν σχήματα με το χάρακα σε λευκό και σε τετραγωνισμένο χαρτί.

Αναγνωρίζουν, να χαράσσουν και να ονομάζουν σημεία, ευθ. τμήματα και ευθείες. Να διαπιστώνουν εμπειρικά την παραλληλία και καθετότητα ευθειών

• Σημείο ευθ. τμήμα, ευθεία, ευθείες παράλληλες και κάθετες

Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και ταξινομούν στερεά και ευθύγραμμα σχήματα

•Αναγνώριση χαρακτηριστικών των σχημάτων.

Μαθαίνουν να διακρίνουν

Τα στερεά : κύβο, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, κύλινδρο, σφαίρα, πυραμίδα τετραγωνική και τριγωνική. Έρχονται σε επαφή με τα αναπτύγματά τους

Τα επίπεδα σχήματα : τετράγωνο, ορθογώνιο, τρίγωνο και κύκλο. Επισημαίνουν τα χαρακτηριστικά τους.

Ελέγχουν, συμπληρώνουν και κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα

•Συμμετρία ως προς άξονα Μεγέθυνση

Χρησιμοποιούν το δίπλωμα και το διαφανές χαρτί. Παίζουν με πλακόστρωτα, μωσαϊκά, πάζλ, επαναλαμβανόμενους αλγόριθμους, αριθμητικά ή λογικά παιχνίδια. Μεγεθύνουν σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί.

Τάξη Γ΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να :

Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές ικανότητες για την επίλυση προβλημάτων.

Αναγνωρίζουν, γράφουν, συγκρίνουν και διατάσσουν τους φυσικούς

Περιεχόμενα

•Επίλυση προβλημάτων

Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τους αριθμούς στην καθημερινή ζωή

• Απαγγελία , ανάγνωση, γραφή και διάταξη αριθμών μέχρι το 10.000

Εμπεδώνουν και επεκτείνουν το σύνολο των φυσικών μέχρι το 10.000 μέσα από δραστηριότητες και

αριθμούς μέχρι το 10.000. Αναγνωρίζουν την αξία θέσης των ψηφίων (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες). Σχηματίζουν την προσθετική και πολλαπλασιαστική σύνθεση ενός φυσικού αριθμού.

Εκτελούν τους αλγόριθμους της γραπτής πρόσθεσης και αφαίρεσης μεταξύ τριψηφίων και τετραψηφίων αριθμών. Διακρίνουν ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις

Εκτελούν τον αλγόριθμο του πολ/σμού ακεραίων (μέχρι διψήφιο με τριψήφιο). Πολλαπλασιάζουν έναν ακέραιο αριθμό με 10, 100, 1000. Εκτελούν διαιρέσεις με μονοψήφιο διαιρέτη

Γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης και εκτελούν μετατροπές μονάδων

Περιγράφουν, αναπαράγουν και κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα και στερεά. Εφαρμόζουν συνήθειες τεχνικές χάραξης κάθετων ευθειών με τη βοήθεια γεωμετρικών οργάνων

Κατασκευάζουν και συμπληρώνουν το συμμετρικό σχήματος. Αναγνωρίζουν άξονες συμμετρίας

προβλήματα και μέσα από τη χρήση εκπαιδευτικού υλικού (αριθμητήριο, κύβους, κτλ) για την αναπαράσταση των ψηφίων των αριθμών και των σχέσεων μεταξύ τους

•Η πράξη της πρόσθεσης και αφαίρεσης

Εκτελούν νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις αριθμών.. Μετατρέπουν οριζόντιες προσθέσεις και αφαιρέσεις σε κατακόρυφες και τις λύνουν τελικά με τον αλγόριθμο που έχει επικρατήσει πολιτισμικά στη χώρα μας.

•Πολλαπλασιασμός και διαίρεση

Σταθεροποιούν τη γνώση της προπαίδειας . Εισάγονται στις οριζόντιες γραπτές διαιρέσεις (αντιστροφή της προπαίδειας). Εκτελούν διαιρέσεις με μονοψήφιο διαιρέτη. Χρησιμοποιούν τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους για την πρόσθεση, αφαίρεση και πολ/σμό στη διερεύνηση προβλημάτων διαίρεσης

• Εισαγωγή στα κλάσματα

Μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες έρχονται σε επαφή με απλές κλασματικές μονάδες όπως $1/2$, $1/3$, $1/4$ κτλ.

• Μετρήσεις. Μήκος, επιφάνεια, βάρος, χρόνος.

Πειραματίζονται με τη χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης, μηκών και επιφανειών. Χρησιμοποιούν συμβατικά εργαλεία μέτρησης (μέτρο, ζυγαριά, ρολόι).

•Γεωμετρία

Με τη βοήθεια οργάνων χαράσσουν γεωμετρικά σχήματα. Μετρούν τις διαστάσεις χρησιμοποιώντας αυθαίρετες και συμβατικές μονάδες μέτρησης. Παρατηρούν και αναπαράγουν γεωμετρικά στερεά, (κύβος, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τετραγωνική πυραμίδα) και τα αναπτύγματά τους. Κατανοούν τις έννοιες έδρα, κορυφή, ακμή και την έννοια της ορθής γωνίας.

•Συμμετρία ως προς άξονα.

Κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός επιπέδου σχήματος ως προς άξονα με δίπλωση

Τάξη Δ΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να :

Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές

Περιεχόμενα

•Επίλυση προβλημάτων

Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες

ικανότητες για την επίλυση προβλημάτων

Αναγνωρίζουν, γράφουν, συγκρίνουν και διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1.000.000. Αναγνωρίζουν την αξία θέσης των ψηφίων (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες). Σχηματίζουν την προσθετική και πολλαπλασιαστική σύνθεση ενός φυσικού αριθμού.

Εκτελούν τους αλγόριθμους της γραπτής πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού και τις διαδικασίες επαλήθευσης αυτών των πράξεων

Εκτελούν Ευκλείδειες διαιρέσεις δύο ακεραίων με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη. Χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην ακέραια μονάδα

Συγκρίνουν και διατάσσουν κλασματικές μονάδες και δεκαδικά κλάσματα. Συγκρίνουν και διατάσσουν δεκαδικούς και εκτελούν πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών

Χρησιμοποιούν τις μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου στην καθημερινή ζωή. Προσεγγίζουν διαισθητικά τις μονάδες επιφάνειας και χωρητικότητας

Χαράσσουν με τη βοήθεια οργάνων γεωμετρικά σχήματα, παράλληλες και κάθετες ευθείες. Υπολογίζουν περιμέτρους απλών σχημάτων και κατανοούν την έννοια του εμβαδού.

καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τους αριθμούς στην καθημερινή ζωή

- Απαγγελία, ανάγνωση, γραφή και διάταξη αριθμών μέχρι το 1.000.000

Εμπυτεύουν και επεκτείνουν το σύνολο των φυσικών μέχρι το 1.000.000 μέσα από δραστηριότητες και προβλήματα. Στρογγυλοποιούν αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα και χιλιάδα.

- Οι πράξεις της πρόσθεσης, αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού

Χρησιμοποιούν νοερούς υπολογισμούς και ενθαρρύνονται να κατασκευάσουν αυτοσχέδιες υπολογιστικές τεχνικές. Σταθεροποιούν και επεκτείνουν τις συνηθισμένες τεχνικές εκτέλεσης της πρόσθεσης της αφαίρεσης και του πολ/σμού και ασκούνται σε διαδικασίες επαλήθευσης αυτών των πράξεων.

- Διαίρεση

Διακρίνουν ότι οι πράξεις του πολ/σμού και της διαίρεσης είναι αντίστροφες και εξοικειώνονται με τις αντίστοιχες ιδιότητες. Λύνουν και κατασκευάζουν προβλήματα τεσσάρων πράξεων. Χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην ακέραια μονάδα (προφορικά και γραπτά).

- Δεκαδικά κλάσματα, δεκαδικοί αριθμοί

Κατανοούν την έννοια της κλασματικής μονάδας και του κλασματικού αριθμού. Με τη βοήθεια κατάλληλων αναπαραστάσεων συγκρίνουν και διατάσσουν τις κλασματικές μονάδες και τα δεκαδικά κλάσματα. Από τα δεκαδικά κλάσματα περνούν στο δεκαδικό αριθμό και διακρίνουν τη σημασία καθενός από τα ψηφία του. Από ένα δεκαδικό περνούν στο αντίστοιχο δεκαδικό κλάσμα

- Μετρήσεις: μήκος, επιφάνεια, μάζα, χρόνος.

Εμπλουτίζουν τις γνώσεις τους σχετικά με τις μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου και εξοικειώνονται με τη χρήση τους στην καθημερινή ζωή.

- Γεωμετρία

Εισάγονται διαισθητικά στην έννοια του εμβαδού (τετραγωνάκια)

Χαράσσουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων και υπολογίζουν περιμέτρους απλών σχημάτων όπως: τετράγωνο, παραλληλόγραμμο, ρόμβο. Περιγράφουν και κατασκευάζουν συνήθη γεωμετρικά στερεά (κύβο, ορθογώνιο παρ/δο, κύλινδρο, τετραγωνική και τριγωνική πυραμίδα)

Αναγνωρίζουν σχήματα μέσα από ένα σύνθετο σχήμα. Εφαρμόζουν τις συνηθισμένες τεχνικές χάραξης παραλλήλων και καθέτων με κανόνα και γνώμονα. Κατανοούν τις

έννοιες της απόστασης (απόσταση σημείου από ευθεία και απόσταση παραλλήλων ευθειών) .

•Συμμετρία ως προς άξονα

Κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός επιπέδου σχήματος ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί

Συλλέγουν, οργανώνουν, ερμηνεύουν και παρουσιάζουν ερευνητικά δεδομένα. Ερμηνεύουν γραφικές παραστάσεις.

•Συλλογή δεδομένων

Χρησιμοποιούν ραβδογράμματα και εικονογράμματα . Μέσα από δραστηριότητες οδηγούνται σε προβλέψεις και εισάγονται σταδιακά στην έννοια της πιθανότητας.

Τάξη Ε΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να :

Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές ικανότητες για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων

Αναγνωρίζουν, γράφουν, συγκρίνουν και διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1.000.000.000 Κατανοούν την προσθετική και πολλαπλασιαστική σύνθεση ενός ακεραίου αριθμού.

Εκτελούν τους αλγόριθμους της γραπτής πρόσθεσης, αφαίρεσης πολλαπλασιασμού και διαίρεσης και τις διαδικασίες επαλήθευσης αυτών των πράξεων.

Ονομάζουν και γράφουν δεκαδικούς. Εφαρμόζουν τους αλγόριθμους των

Περιεχόμενα

•Επίλυση προβλημάτων

Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τους αριθμούς στην καθημερινή ζωή

• Απαγγελία , ανάγνωση, γραφή και διάταξη αριθμών μέχρι το 1.000.000.000

Εμπειδώνουν και επεκτείνουν το σύνολο των φυσικών μέχρι το 1.000.000.000 μέσα από δραστηριότητες και προβλήματα Στρογγυλοποιούν αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα χιλιάδα και εκατομμύριο

• Οι πράξεις της πρόσθεσης της αφαίρεσης του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης

Σταθεροποιούν τις γνώσεις τους ως προς τις συνηθισμένες τεχνικές εκτέλεσης της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολ/σμού και εκτελούν διαιρέσεις με μεγαλύτερους αριθμούς π.χ διαίρεση με τριψήφιο διαιρέτη . Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των πράξεων

• Δεκαδικοί αριθμοί: Γραφή, ονομασία, διάταξη., Πράξεις

Διακρίνουν τη σημασία καθενός από τα ψηφία ενός δεκαδικού, περνούν από ένα δεκαδικό αριθμό σε

πράξεων στους δεκαδικούς αριθμούς

κλασματική γραφή και αντιστρόφως. Συγκρίνουν και διατάσσουν και στρογγυλοποιούν δεκαδικούς. Παρεμβάλλουν δεκαδικούς ανάμεσα σε δεκαδικούς ή φυσικούς αριθμούς. Σταθεροποιούν τις συνηθισμένες τεχνικές εκτέλεσης πρόσθεσης και αφαίρεσης δεκαδικών αριθμών, μαθαίνουν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο. Πολλαπλασιάζουν ένα ακέραιο ή δεκαδικό με 10 (δέκα) 100 (εκατό), 1000 (χίλια) και 0,1, 0,01, 0,001.

Χρησιμοποιούν τα πολλαπλάσια του 2 και του 5.

- Διαιρετότητα, πολλαπλάσια

Μπορούν να βρύνουν το ΕΚΠ με απλές μεθόδους (υπολογίζοντας τα πολ/σια)

Εκτελούν τις πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης κλασμάτων και πολλαπλασιασμού κλάσματος με ακέραιο

- Κλάσματα και πράξεις κλασμάτων

Κατανοούν την έννοια της κλασματικής μονάδας και του κλασματικού αριθμού. Τρέπουν ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα. Μετατρέπουν κλάσματα σε μεικτούς και αντιστρόφως. Χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην κλασματική μονάδα.

Χρησιμοποιούν συμβατικές μονάδες για να κάνουν μετρήσεις και να υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν ευθυγράμμων σχημάτων. Βρύνουν τον όγκο απλών στερεών.

- Μετρήσεις

Σταθεροποιούν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας. Υπολογίζουν περιμέτρους και εμβαδά τετραγώνου, ορθογωνίου παραλληλογράμμου και τριγώνου. Υπολογίζουν τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και κύβου. Εξοικειώνονται με τη χρήση των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.

Ονομάζουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν γωνίες και τρίγωνα. Κατασκευάζουν αναπτύγματα απλών στερεών.

- Γεωμετρία

Εισάγονται στην η έννοια της γωνίας, τα είδη γωνιών, τη μέτρηση σύγκριση και την κατασκευή γωνιών.

Ονομάζουν και κατασκευάζουν τρίγωνα και μαθαίνουν τις απλές ιδιότητες τους. Χαράζουν τα ύψη ενός τριγώνου. Κατασκευάζουν αναπτύγματα κύβου, ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τριγωνικής και τετραγωνικής πυραμίδας.

Ερμηνεύουν και κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις. Αναφέρουν την έννοια και βρύνουν το Μέσο Όρο. Καταγράφουν τα αποτελέσματα ερευνητικών δραστηριοτήτων και κάνουν προβλέψεις.

- Συλλογή δεδομένων

Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα και γραμμικές γραφικές παραστάσεις. Οργανώνουν δεδομένα σε πίνακες και εισάγονται στην έννοια του διατεταγμένου ζεύγους. Διατυπώνουν προβλέψεις και εκτιμούν πιθανότητες

Τάξη ΣΤ΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν

Περιεχόμενα

- Επίλυση προβλημάτων

Τα προβλήματα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να

ικανοί να :

Ανακαλύπτουν και κατασκευάζουν ατομικά ή συλλογικά νέες έννοιες, εφαρμόζουν και σταθεροποιούν τις ήδη αποκτημένες γνώσεις, ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις και αναπτύσσουν μεθοδολογικές ικανότητες για την επίλυση πιο σύνθετων προβλημάτων

Ονομάζουν, γράφουν και συγκρίνουν φυσικούς κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς. Εκτελούν πράξεις σε αριθμητικές παραστάσεις φυσικών κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών

Παραγοντοποιούν φυσικούς. Βρίσκουν το Μ.ΚΔ. και ΕΚΠ. Χειρίζονται δυνάμεις της μορφής $a \cdot a$ και $a \cdot a \cdot a$

Διατυπώνουν και εφαρμόζουν τις έννοιες του λόγου, της αναλογίας και του ποσοστού

Κατασκευάζουν ευθύγραμμα σχήματα και κύκλους με χάρακα και

δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν πολλαπλά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τους αριθμούς στην καθημερινή ζωή

- Ακέραιοι, κλάσματα και δεκαδικοί αριθμοί. Πράξεις
Χρησιμοποιούν τα σύμβολα σύγκρισης. Στρογγυλοποιούν φυσικούς και δεκαδικούς. Συμμετέχουν σε δραστηριότητες εκτίμησης του αποτελέσματος μιας πράξης. Σταθεροποιούν τις υπάρχουσες γνώσεις στα κλάσματα και στις πράξεις τους και τρέπουν σύνθετα κλάσματα σε απλά.

Συμπληρώνουν ισότητες της μορφής $a + \dots = \beta \dots + a = \beta$ (Δεν υπονοείται σε καμία περίπτωση η αλγεβρική επίλυση εξίσωσης αλλά οι παραπάνω μορφές λύνονται με εφαρμογή των ιδιοτήτων των πράξεων)

- Παραγοντοποίηση, δυνάμεις

Γνωρίζουν τους πρώτους και σύνθετους αριθμούς. και την παραγοντοποίηση φυσικών. Γνωρίζουν τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, 3, 4, 5, 9, 25. Βρίσκουν το ΜΚΔ, ΕΚΠ.

Εισάγονται σε δυνάμεις της μορφής $a \cdot a$ και $a \cdot a \cdot a$ μέσα από τις έννοιες του εμβαδού τετραγώνου και του όγκου κύβου

Γράφουν τους αριθμούς 10, 100, 1000, ως δύναμη του 10. Γράφουν έναν τετραψήφιο αριθμό σε προσθετική και πολλαπλασιαστική μορφή χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10.

- Λόγοι, Αναλογίες, ανάλογα ποσά, ποσοστά

Απλοποιούν με βάση τα ισοδύναμα κλάσματα, διακρίνουν αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.

Γνωρίζουν την έννοια του λόγου και της αναλογίας και τις ιδιότητες των αναλογιών

Βρίσκουν τον άγνωστο όρο μιας αναλογίας. Λύνουν απλά προβλήματα ανάλογων ποσών με τη σχέση αναλογίας και αντιστρόφως ανάλογων ποσών με αναγωγή στη μονάδα. Τα προβλήματα να παραπέμπουν στις εμπειρίες τους ή στον κοινωνικό τους περίγυρο (κλίμακες, τόκοι κτλ)

Γνωρίζουν την έννοια του ποσοστού ως λόγου, πηλίκου και δεκαδικού

- Γεωμετρία

Συμπληρώνουν τις γνώσεις τους για την περίμετρο και το εμβαδόν ευθυγράμμων σχημάτων. Όπως επίσης για τον όγκο και την επιφάνεια γνωστών στερεών (κύβου, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, πυραμίδα, ορθό πρίσμα

διαβήτη. Υπολογίζουν μήκος κύκλου και εμβαδό κυκλικού δίσκου.

και κύλινδρο) Μετρούν, συγκρίνουν και κατασκευάζουν γωνίες. Χρησιμοποιούν κανόνα και διαβήτη για την κατασκευή ευθυγράμμων σχημάτων και κύκλου. Υπολογίζουν μήκος κύκλου και εμβαδόν κυκλικού δίσκου (κατά προσέγγιση). Μέσα από δραστηριότητες επεκτείνουν τις γνώσεις τους σχετικά με τη συμμετρία ως προς άξονα.

•Συλλογή δεδομένων

Ασκοούνται στη συλλογή και καταγραφή των δεδομένων ενός προβλήματος

Ερμηνεύουν και κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις. Αναφέρουν την έννοια και βρίσκουν το Μέσο Όρο. Καταγράφουν τα αποτελέσματα ερευνητικών δραστηριοτήτων και κάνουν προβλέψεις.

Εισάγονται στην έννοια του διατεταγμένου ζεύγους
Κατασκευάζουν πίνακες δεδομένων και γραφικές παραστάσεις(ραβδογράμματα, ιστογράμματα,)
Μετατρέπουν προφορικές ή γραπτές περιγραφές δεδομένων σε γραφικές παραστάσεις και αντίστροφα
Κάνουν προβλέψεις για την εξέλιξη ενός φαινομένου.

ΑΡΘΡΟ 3^ο

ΓΥΜΝΑΣΙΟ

1. Γενικοί σκοποί της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο

Τα Μαθηματικά συμβάλλουν στη γενικότερη πνευματική καλλιέργεια και στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή, αφού αποτελούν μέρος της πολιτισμικής κληρονομιάς της ανθρωπότητας. Συγκεκριμένα, βοηθούν στην ανάπτυξη του κριτικού πνεύματος και της συγκροτημένης σκέψης, που συνοδεύεται από δημιουργική φαντασία. Ειδικότερα με τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο επιδιώκεται:

- α) Να εμπεδωθεί καλύτερα και να συμπληρωθεί η ύλη που διδάχτηκε στο Δημοτικό Σχολείο, ώστε οι μαθητές να εφοδιαστούν με όλες τις μαθηματικές γνώσεις που είναι απαραίτητες για τη ζωή και την περαιτέρω μελέτη και εκπαίδευση.
- β) Να εμπλουτιστούν οι εμπειρίες των μαθητών με εφαρμογές από την καθημερινή ζωή, την τεχνολογία και τις άλλες εφαρμοσμένες επιστήμες, ώστε να αναπτυχθεί μια θετική στάση των μαθητών προς τα Μαθηματικά.
- γ) Να εισαχθούν οι μαθητές στην αποδεικτική διαδικασία και να συνειδητοποιήσουν ότι αυτό αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για την επαλήθευση γενικών νόμων.

Στις γυμνασιακές τους σπουδές οι μαθητές θα έλθουν σε επαφή με νέες ιδέες και έννοιες καθώς και με κλάδους των Μαθηματικών όπως:

- **Η Γεωμετρία** όπου επιδιώκεται:
 - Η αναγνώριση και ταξινόμηση των βασικών γεωμετρικών σχημάτων.
 - Η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων με χρήση αβαθμολόγητου κανόνα και διαβήτη.
 - Η μελέτη των σχέσεων της ισότητας, της παραλληλίας και της ομοιότητας.
 - Ο υπολογισμός εμβαδών και όγκων.
- **Η Στατιστική** όπου με τη συλλογή, οργάνωση και γραφική παράσταση αριθμητικών δεδομένων επιδιώκεται η εξαγωγή σχετικών συμπερασμάτων.
- **Η Άλγεβρα** όπου επιδιώκεται:

- Η ανάπτυξη δεξιοτήτων στο λογισμό με πολυωνυμικές και ρητές παραστάσεις.
- Η επίλυση εξισώσεων, ανισώσεων και γραμμικών συστημάτων.
- Ο ορισμός των τριγωνομετρικών αριθμών και η χρησιμοποίησή τους στην επίλυση προβλημάτων.
- Η εισαγωγή της έννοιας της συνάρτησης με κατάλληλα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή.

2. Στόχοι - περιεχόμενα της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο.

Τάξη Α΄

| Στόχοι | Περιεχόμενο |
|--|---|
| <p>Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:</p> <p>Εκτελούν με ευχέρεια τις πράξεις μεταξύ ακεραίων, δεκαδικών και κλασματικών αριθμών. Χρησιμοποιούν την έννοια της μεταβλητής για την διατύπωση των ιδιοτήτων των πράξεων και την επίλυση απλών εξισώσεων.</p> <p>Εκτιμούν το μέτρο ενός μεγέθους ή το αποτέλεσμα μιας πράξης.</p> | <ul style="list-style-type: none"> • <u>Πράξεις με φυσικούς, δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς.</u> Οι αριθμοί (φυσικοί-δεκαδικοί-κλασματικοί) και οι τέσσερις πράξεις μεταξύ αυτών είναι ήδη γνωστές από το Δημοτικό Σχολείο. Ο αριθμητικός λογισμός στην τάξη αυτή έχει επαναληπτικό χαρακτήρα και θα εξυπηρετηθεί μέσα από προβλήματα της καθημερινής ζωής. Η εισαγωγή των πράξεων, η εμπέδωση της τεχνικής τους και η απόκτηση των στοιχειωδών αυτοματισμών μέσα από κατάλληλα προβλήματα σε διάφορους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας συμβάλλει στην ανάπτυξη του ενδιαφέροντος του μαθητή για τα Μαθηματικά και αναδεικνύεται έτσι η αναγκαιότητα του αριθμητικού λογισμού. • <u>Στρογγυλοποίηση αριθμών</u> Η ενασχόληση με την εκτίμηση πρέπει να έχει χρονική διάρκεια και κάθε φορά πριν από τη μέτρηση ενός μεγέθους ή τη λύση ενός προβλήματος να εκτιμάται το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Η εκτίμηση ενός αποτελέσματος να ελέγχεται, όπου είναι δυνατό, ώστε η απόκλισή της από το πραγματικό αποτέλεσμα να είναι τελικά μέσα σε ανεκτά όρια. |

Χρησιμοποιούν το κλάσμα ως τελεστή και ως πηλίκο και λύνουν προβλήματα με τις πράξεις μεταξύ των κλασμάτων

- Κλάσματα-ποσοστά.

Η παρουσίαση της έννοιας του κλάσματος καθώς και των πράξεων δίνεται εποπτικά με κατάλληλα παραδείγματα. Ειδικά η διαίρεση κλασμάτων παρουσιάζεται ως αντίστροφη πράξη του πολ/σμού.

Διακρίνουν τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά και επιλύουν βασικά προβλήματα εφαρμογών.

- Ποσά ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα.

Η κατανόηση των εννοιών θα γίνει μέσα από παραδείγματα και αντιπαραδείγματα. Με την κατασκευή πινάκων αντιστοίχων τιμών δύο αναλόγων ή αντιστρόφως αναλόγων ποσών θα γίνουν οι σχετικές γραφικές παραστάσεις και θα βρεθούν οι σχέσεις που συνδέουν τις αντίστοιχες τιμές τους. Θα γίνουν εφαρμογές σε προβλήματα ποσοστών, τόκου, κλιμάκων, μερισμού κτλ.

Χρησιμοποιούν αποτελεσματικά τα γεωμετρικά όργανα για τις μετρήσεις και τις κατασκευές γεωμετρικών σχημάτων.

- Ευθεία-Κύκλος-Γωνία

Τα όργανα που χρησιμοποιούνται είναι: Κανόνας (αριθμημένος για μετρήσεις και μη αριθμημένος για κατασκευές), γνώμονας, μοιρογνωμόνιο, διαβήτη και διαφανές χαρτί.

Διακρίνουν τα βασικά γεωμετρικά σχήματα και γνωρίζουν τις ιδιότητές τους.

- Καθετότητα, παραλληλία, συμμετρίες.

Οι ιδιότητες θα ανακαλύπτονται εμπειρικά με γεωμετρικά όργανα, διαφανές χαρτί ή δίπλωση.

Χρησιμοποιούν κατάλληλες στρατηγικές για την επίλυση προβλημάτων.

- Επίλυση προβλημάτων

Επιλύονται προβλήματα που απαιτούν όλες τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών.

Ακριβολογούν και χρησιμοποιούν σε ένα πρώτο επίπεδο τη μαθηματική ορολογία.

- Η μετάβαση από τον ελεύθερο στον πειθαρχημένο λόγο θα γίνει σταδιακά μέσα από τη διατύπωση, προφορικά ή γραπτά, της σκέψης για τη λύση ενός προβλήματος, της δικαιολόγησης ισχυρισμών ή ακόμη και την απομνημόνευση ορισμών ή κανόνων.

Τάξη Β΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Εκτελούν με ευχέρεια τις πράξεις μεταξύ των ρητών αριθμών και να εκτιμούν τα αποτελέσματά τους

Χρησιμοποιούν το σχετικό αλγόριθμο για τη λύση μιας εξίσωσης ή ανίσωσης με έναν άγνωστο.

Εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Υπολογίζουν μήκη, εμβαδά και όγκους γεωμετρικών σχημάτων.

Περιεχόμενο

- Ρητοί αριθμοί

Η τεχνική των πράξεων εξηγείται με κατάλληλα παραδείγματα μεγεθών που παρουσιάζουν αντίθεση. Για εξοικείωση με τις πράξεις θα προηγηθούν παραδείγματα με πράξεις μεταξύ ακεραίων και στη συνέχεια μεταξύ ρητών.

Η εκτίμηση του αποτελέσματος χρησιμοποιείται ευκαιριακά όταν γίνεται επεξεργασία κατάλληλου θέματος.

- Εξισώσεις, ανισώσεις

Η λύση μιας εξίσωσης επιβεβαιώνεται με επαλήθευση. Ο αλγόριθμος της λύσης μιας εξίσωσης εφαρμόζεται για την επίλυση γνωστών τύπων από τη Φυσική και τη Γεωμετρία

Λύνοντας προβλήματα πρακτικής αριθμητικής με εξισώσεις διαπιστώνεται η δυναμική της νέας αντιμετώπισης. Το αποτέλεσμα ενός προβλήματος καταρχήν εκτιμάται και στο τέλος ελέγχεται αν είναι αποδεκτό ή όχι.

- Άρρητοι αριθμοί

Η ανάγκη για την εισαγωγή του άρρητου αριθμού προκύπτει από την προσπάθεια υπολογισμού της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές ίσες με τη μονάδα.

- Εμβαδά - όγκοι.

Με μετρήσεις πραγματικών αντικειμένων μπορεί να γίνει η καταρχήν εκτίμηση του μήκους, του εμβαδού ή του όγκου.

Με κατάλληλα παραδείγματα προκύπτει ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται το εμβαδόν του ορθογωνίου και στη συνέχεια δίνονται οι τύποι για τα εμβαδά

βασικών ευθυγράμμων σχημάτων.

Η εύρεση του μήκους του κύκλου και του εμβαδού κυκλικού δίσκου εξηγούνται διαισθητικά, ενώ το μήκος τόξου και το εμβαδόν κυκλικού τομέα υπολογίζονται με την απλή μέθοδο των τριών.

Οι τύποι μέτρησης στερεών χρησιμοποιούνται χωρίς απόδειξη. Για τον υπολογισμό του εμβαδού της επιφάνειας ενός στερεού χρησιμοποιείται το ανάπτυγμα της όταν αυτό είναι εφικτό.

Συλλέγουν, οργανώνουν στατιστικά δεδομένα, παρουσιάζουν γραφικά τις κατανομές τους και υπολογίζουν βασικές παραμέτρους.

- Περιγραφική στατιστική

Στατιστικά δεδομένα μπορούν να συγκεντρώνονται από τον ίδιο το μαθητή και η επιλογή παραδειγμάτων μπορεί να γίνεται από δημοσιεύματα διάφορων εντύπων.

Αναγνωρίζουν τα διανυσματικά μεγέθη και εκτελούν τις βασικές πράξεις διανυσμάτων

- Διανύσματα

Η έννοια του διανύσματος καθώς και οι πράξεις μεταξύ διανυσμάτων προκύπτουν από τη θεώρηση κατάλληλων διανυσματικών μεγεθών, όπως η ταχύτητα και η δύναμη.

Χρησιμοποιούν κατάλληλες στρατηγικές για την επίλυση προβλημάτων.

- Επίλυση προβλημάτων

Επιλύονται προβλήματα που απαιτούν όλες τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών.

Τάξη Γ΄

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Μετασχηματίζουν παραστάσεις.

αλγεβρικές

Περιεχόμενο

- Αλγεβρικές παραστάσεις

Οι πράξεις μεταξύ πολωνυμικών παραστάσεων στηρίζονται στη γνώση των ιδιοτήτων των δυνάμεων, την απαλοιφή παρενθέσεων και την επιμεριστική ιδιότητα, ενώ οι πράξεις

μεταξύ κλασματικών παραστάσεων γίνονται κατ' αναλογία προς τα αριθμητικά κλάσματα. Οι βασικές ταυτότητες θα αποδειχθούν με εκτέλεση των πράξεων που σημειώνονται και θα χρησιμοποιηθούν για τη σύντομη εκτέλεση άλλων πράξεων ή για την παραγοντοποίηση παραστάσεων.

- Βρίσκουν τη συνάρτηση που ενδεχομένως συνδέει δύο μεγέθη.

- Συναρτήσεις

Με κατάλληλα παραδείγματα διαπιστώνεται ότι υπάρχουν μεγέθη που συσχετίζονται έτσι ώστε όταν γνωρίζουμε μια τιμή του ενός βρίσκουμε μια μόνο τιμή για το άλλο, μέσα από μια διαδικασία η οποία εκφράζεται συνήθως με ένα τύπο, και η οποία λέγεται συνάρτηση. Ιδιαίτερη έμφαση στη χρήση γραφικών παραστάσεων

Επιλύουν εξισώσεις β' βαθμού.

- Εξισώσεις

Η εισαγωγή στις εξισώσεις β' βαθμού θα γίνει με κατάλληλα προβλήματα. Η εξίσωση β' βαθμού θα λυθεί με τη μέθοδο της συμπλήρωσης του τετραγώνου. Θα λυθούν επίσης κλασματικές εξισώσεις καθώς και εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις α' ή β' βαθμού

Επιλύουν συστήματα γραμμικών εξισώσεων και ανισώσεων

- Συστήματα γραμμικών εξισώσεων και ανισώσεων.

Θα εξηγηθεί γραφικά το πλήθος των λύσεων ενός συστήματος δύο γραμμικών εξισώσεων με δυο αγνώστους. Η λύση συστημάτων γραμμικών ανισώσεων εφαρμόζεται σε απλά προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού.

Εφαρμόζουν τις τριγωνομετρικές σχέσεις στην επίλυση απλών γεωμετρικών σχημάτων.

- Τριγωνομετρικοί αριθμοί

Αναφορά στο θεώρημα του Θαλή καθώς και στα όμοια σχήματα με την έννοια της μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης. Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί θα ορισθούν για την οξεία και για την αμβλεία γωνία.

Η επίλυση τριγώνων ή και απλών

σχημάτων θα γίνει και με τη βοήθεια των νόμων των ημιτόνων και των συνημιτόνων.

Υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου.

- Πιθανότητες

Με κατάλληλα παραδείγματα θα γίνει η εισαγωγή της έννοιας του συνόλου. Οι πράξεις των συνόλων θα εξηγηθούν γραφικά.

Η προσέγγιση της έννοιας της πιθανότητας ενός ενδεχομένου θα γίνει με τη βοήθεια της σχετικής συχνότητας.

Χρησιμοποιούν κατάλληλες στρατηγικές για την επίλυση προβλημάτων.

- Επίλυση προβλημάτων

Επιλύονται προβλήματα που απαιτούν όλες τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών.

ΑΡΘΡΟ 4^ο

ΛΥΚΕΙΟ

1. Γενικοί σκοποί της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Λύκειο

Στο Λύκειο, οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών θα πρέπει να εμπεδωθούν, να αναπτυχθούν και να επεκταθούν σε θεωρητικότερο επίπεδο από αυτό του Γυμνασίου. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές θα πρέπει:

- Να είναι ικανοί να αναπτύσσουν και να συσχετίζουν ιδέες, να διαμορφώνουν ένα σχέδιο διαπραγμάτευσης και να ακολουθούν κατάλληλες στρατηγικές, όταν αντιμετωπίζουν μια μη οικεία κατάσταση.
- Να μνηθούν και να εξοικειωθούν με τη διαδικασία της μαθηματικής απόδειξης και, γενικότερα, να καλλιεργήσουν τη "μαθηματική τους σκέψη και την κριτική τους ικανότητα".
- Να αποκτήσουν μια αξιόλογη βάση μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων που θα τους επιτρέψει να συνεχίσουν τις σπουδές τους σε πιο προχωρημένο επίπεδο.
- Να ασκηθούν στη χρησιμοποίηση των Μαθηματικών σε πραγματικές καταστάσεις και στη σύγχρονη πραγματικότητα.
- Να γνωρίσουν τις ποικίλες εφαρμογές των Μαθηματικών στις άλλες επιστήμες.
- Να εκτιμήσουν την αισθητική και ιστορική συνιστώσα των Μαθηματικών.

- Να χρησιμοποιούν με αποτελεσματικό τρόπο τις δυνατότητες των υπολογιστών τσέπης και των ηλεκτρονικών υπολογιστών στη επίλυση προβλημάτων.
- Να είναι ικανοί να εκφράζουν και να παρουσιάζουν τις ιδέες τους με τη γλώσσα και τις δυνατότητες των Μαθηματικών, προφορικά και γραπτά αλλά και με τη χρήση των νέων τεχνολογιών.

Κατά τις σπουδές τους στο Λύκειο, οι μαθητές θα έλθουν σε επαφή με νέες ιδέες και έννοιες καθώς και με κλάδους των Μαθηματικών όπως:

- **Η Άλγεβρα και η Ανάλυση**, όπου εκτός από την ανάπτυξη δεξιοτήτων στο λογισμό, που εξακολουθεί να είναι στόχος και στο Λύκειο, επιδιώκεται:
 - Η κατανόηση και η χρήση συναρτησιακών σχέσεων στην επίλυση προβλημάτων.
 - Η ανάπτυξη δεξιοτήτων ανάγνωσης, χρήσης και κατασκευής γραφικών παραστάσεων.
 - Η κατανόηση και χρήση εξισώσεων, αλγορίθμων, κανόνων και τύπων.
 - Η κατανόηση και η χρήση εννοιών της Ανάλυσης.
- **Η Γεωμετρία**, όπου επιδιώκεται:
 - Η ανάπτυξη και χρήση των ιδιοτήτων των σχημάτων του επιπέδου και του χώρου.
 - Η εξοικείωση με την αποδεικτική διαδικασία.
 - Η χρήση γεωμετρικών μοντέλων στην επίλυση προβλημάτων.
- **Η Αναλυτική Γεωμετρία**, όπου επιδιώκεται η εξοικείωση στη μελέτη ιδιοτήτων γεωμετρικών σχημάτων με αλγεβρικές μεθόδους.
- **Οι Μιγαδικοί αριθμοί** όπου επιδιώκεται:
 - η κατανόηση της χρησιμότητας της επέκτασης του συνόλου των πραγματικών αριθμών στο σύνολο των μιγαδικών αριθμών.
 - Η επίλυση προβλημάτων από άλλους μαθηματικούς κλάδους.
- **Η Θεωρία αριθμών**, όπου επιδιώκεται:
 - Η άσκηση στην αποδεικτική διαδικασία.
 - Η καλλιέργεια της αφηρημένης σκέψης.
 - Η γνωριμία με την αισθητική αξία των Μαθηματικών.
- **Οι Πιθανότητες και η Στατιστική**, όπου επιδιώκεται:
 - Η άσκηση στη συλλογή, επεξεργασία και παρουσίαση δεδομένων και στην εξαγωγή συμπερασμάτων.
 - Η κατανόηση της χρησιμότητας της Θεωρίας Πιθανοτήτων στην επίλυση προβλημάτων που έχουν το στοιχείο της αβεβαιότητας.
 - Η γνωριμία με τις βασικές μεθόδους της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων.

Προκειμένου να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις αυτές, το πρόγραμμα σπουδών και κατά συνέπεια και το σχολικό βιβλίο, θα πρέπει να δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να:

- Να ερμηνεύουν και να χρησιμοποιούν τα δεδομένα, τα σύμβολα και την ορολογία.
- Να οργανώνουν τα δεδομένα τους και να χρησιμοποιούν τις κατάλληλες προσεγγίσεις και εκτιμήσεις.
- Να κατανοούν τις αριθμητικές, αλγεβρικές και γεωμετρικές (στο επίπεδο και στο χώρο) έννοιες και σχέσεις.
- Να αναγνωρίζουν την κατάλληλη μαθηματική διαδικασία για τη διαπραγμάτευση μιας κατάστασης.
- Να μεταφράζουν τα προβλήματα στη μαθηματική γλώσσα και να επιλέγουν και να εφαρμόζουν τις κατάλληλες τεχνικές και αλγορίθμους.
- Να ανακαλούν από τη μνήμη τους και να κάνουν σωστή χρήση των αλγοριθμικών διαδικασιών.
- Να αναπτύσσουν επιχειρήματα και να κάνουν λογικές συνεπαγωγές.
- Να εκφράζουν την επίλυση ενός προβλήματος με λογικό και σαφή τρόπο και να ερμηνεύουν τα συμπεράσματά τους.
- Να επιλύουν προβλήματα που απαιτούν εκτεταμένη εργασία μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.
- Να διαβάζουν και να κατανοούν μαθηματικά κείμενα.
- Να κάνουν κριτική σε μαθηματικά επιχειρήματα.

2^ο Στόχοι - περιεχόμενα της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Λύκειο

Άλγεβρα Α΄ Λυκείου

| Στόχοι | Περιεχόμενα |
|--|---|
| <p>Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:</p> <p>Κάνουν πράξεις με πραγματικούς αριθμούς και με αλγεβρικές παραστάσεις.</p> <p>Επιλύουν και διερευνούν εξισώσεις α΄ βαθμού καθώς και γραμμικά συστήματα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους. Επιλύουν συστήματα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.</p> | <ul style="list-style-type: none"> • <u>Λογισμός στο \mathbb{R}.</u> Θα επαναληφθούν με συντομία οι βασικές ιδιότητες των πράξεων στο \mathbb{R}, οι δυνάμεις με εκθέτη ακέραιο, οι βασικές ταυτότητες και η παραγοντοποίηση των αλγεβρικών παραστάσεων. Με κατάλληλα παραδείγματα θα παρουσιαστούν η "άμεση" και η "έμμεση" απόδειξη και θα εξηγηθεί η σημασία των συμβόλων "ή" και "και". • <u>Εξισώσεις και συστήματα α΄ βαθμού</u> Στην επίλυση συστημάτων θα χρησιμοποιηθούν η μέθοδος των αντιθέτων συντελεστών και της αντικατάστασης. |

Χρησιμοποιούν την έννοια της διάταξης των πραγματικών αριθμών και των ιδιοτήτων της.

Επιλύουν ανισώσεις της μορφής $\alpha\chi + \beta > 0$ και $\alpha\chi + \beta < 0$

Χρησιμοποιούν την έννοια της απόλυτης τιμής και των βασικών ιδιοτήτων της.

- Διάταξη στο R.

Οι ιδιότητες των ανισοτήτων θα χρησιμοποιηθούν και για την απόδειξη απλών ταυτοανισοτήτων.

Η απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού θα οριστεί ως απόσταση δύο σημείων και θα εξηγηθούν οι βασικές ιδιότητές της.

Χρησιμοποιούν την έννοια της ν-στης ρίζας μη αρνητικού πραγματικού αριθμού και αποδεικνύουν τις βασικές τους ιδιότητες.

- Ρίζες πραγματικών αριθμών

Η ν-στη ρίζα ως η μη αρνητική λύση της εξίσωσης $\chi^n = \alpha, \alpha \geq 0$.

Πράξεις με ριζικά

Οργανώνουν και να χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους στην επίλυση προβλημάτων.

Καθορίζουν τη θέση σημείου στο επίπεδο.

Εκφράζουν την ευθεία και τον κύκλο με τις αντίστοιχες εξισώσεις.

Αναγνωρίζουν πότε δύο ευθείες είναι παράλληλες ή κάθετες.

- Επίλυση προβλημάτων.

Εξοικείωση με μεθόδους και στρατηγικές λύσης προβλήματος.

- Εξίσωση γραμμής.

Μετά τον καθορισμό σημείου στο επίπεδο θα δοθούν μόνο οι εξισώσεις της ευθείας και του κύκλου

Ορίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου.

Αποδεικνύουν τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

- Τριγωνομετρικοί αριθμοί.

Ο ορισμός των τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας ή τόξου θα γίνει με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου. Στη συνέχεια θα υπολογισθούν οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών ενός τόξου, και η σχέση μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών αντιθέτων, συμπληρωματικών και παραπληρωματικών τόξων.

Χρησιμοποιούν την έννοια της συνάρτησης.

- Συναρτήσεις

Θα οριστεί το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης. Η μονοτονία και τα ακρότατα θα εξηγηθούν με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων.

Προσδιορίζουν τα διαστήματα μονοτονίας, και τα ακρότατά μιας

- Μελέτη απλών συναρτήσεων

Θα γίνει μελέτη και γραφική παράσταση

συνάρτησης.

Υπολογίζουν και χρησιμοποιούν τον ρυθμό μεταβολής στη μελέτη μιας συνάρτησης.

Επιλύουν την $ax^2 + bx + c = 0$

των συναρτήσεων:

$$y = ax + b, \quad y = ax^2, \quad y = \frac{a}{x}, \quad y = ax^3,$$

$$y = |x|, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = ax^2 + bx + c.$$

Θα βρεθούν οι ρίζες της $ax^2 + bx + c = 0$ και θα εκφραστεί το γινόμενο και το άθροισμά τους συναρτήσει των a, b, c .

Θα υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής των $y = ax + b$, $y = ax^2$ και θα χρησιμοποιηθεί στη μονοτονία και τα ακρότατα.

Γεωμετρία Α΄ Λυκείου

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Αναγνωρίζουν τη μέθοδο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας που συνίσταται στην ανάπτυξη συλλογισμών βασισμένων σε αξιώματα, δηλαδή σε αρχικούς όρους που δεχόμαστε ως αληθείς χωρίς περαιτέρω επεξηγήσεις.

Να αποδεικνύουν απλές προτάσεις που αναφέρονται στα απλά γεωμετρικά σχήματα.

Αντιλαμβάνονται πως, όταν τεθεί ως επιπλέον απαίτηση το 5^ο Αίτημα, μπορεί να κατοχυρωθεί αποδεικτικά ολόκληρη η εμπειρική γεωμετρική γνώση του Γυμνασίου.

Αποδεικνύουν τις βασικές ιδιότητες των παραλληλογράμμων και των εγγραφίμων τετραπλεύρων.

Επιλύουν και διερευνούν ένα γεωμετρικό

Περιεχόμενα

- Εισαγωγή:

Εισάγονται οι πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες : σημείο, ευθεία, επίπεδο και τα βασικά γεωμετρικά σχήματα : ευθύγραμμο τμήμα, γωνία, τρίγωνο, κύκλος. Εισαγωγή στην έννοια της απόδειξης.

- Τρίγωνα:

Η ισότητα εισάγεται μέσω της εναπόθεσης. Η ισότητα τριγώνων αναπτύσσεται μέσω κριτηρίων, επιλέγοντας ως αξίωμα το Π-Γ-Π. Αποδεικνύεται η τριγωνική ανισότητα και αναπτύσσονται στοιχειώδεις γεωμετρικοί τόποι.

- Σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο:

Μελετώνται η ύπαρξη κάθετης και παράλληλης προς ευθεία και η μοναδικότητα της παράλληλης. Βασικοί γεωμετρικοί τόποι.

- Τετράπλευρα:

Παραλληλόγραμμα και τραπέζια. Εφαρμογή στα αξιοσημείωτα σημεία ενός τριγώνου.

Εγγράφιμα και περιγράφιμα τετράπλευρα.

- Γεωμετρικές Κατασκευές:

πρόβλημα και να διαπραγματεύονται την αναλυτικό-συνθετική μέθοδο επίλυσης προβλήματος.

Αναγνωρίζουν ότι η ομοιότητα είναι ένα μέσο σύγκρισης σχημάτων που δεν είναι ίσα..

Χρήση των γεωμετρικών τόπων στις κατασκευές με την απαίτηση οι κατασκευές να γίνονται μόνον με τη χρήση του αβαθμολόγητου κανόνα και του διαβήτη.

• Αναλογίες - Ομοιότητα:

Χρησιμοποιούνται οι ιδιότητες των αναλογιών στην παραγωγή νέας γνώσης. Η έκθεση της ύλης είναι κλασική (Θεώρημα Θαλή, Διχοτόμων, κύκλος Απολλώνιου) και οδηγεί στα κριτήρια ομοιότητας των τριγώνων.

Μαθηματικά Β΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Γενικής Παιδείας

Άλγεβρα

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Χρησιμοποιούν τη έννοια της περιοδικής συνάρτησης και κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Συνδέουν την περιοδικότητα φυσικών φαινομένων ή καταστάσεων με τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις.

Επιλύουν βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις. Εφαρμόζουν τις έννοιες και τις μεθόδους της Τριγωνομετρίας στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.

Επιλύουν πολυωνυμικές εξισώσεις και εξισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές

Χρησιμοποιούν την έννοια της ακολουθίας, και της προόδου ως αναδρομικής ακολουθίας.

Περιεχόμενα

• Τριγωνομετρία

Θα μελετηθούν μόνο οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις: ημχ, συνχ, εφχ. Η διαδικασία επίλυσης των βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων μπορεί να προκύψει από την τομή της αντίστοιχης γραφικής παράστασης με την ευθεία $\psi = \alpha$.

Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος τόξων και μετασχηματισμός του αθροίσματος σε γινόμενο.

Οι νόμοι ημιτόνων και συνημιτόνων. Εφαρμογή στην επίλυση τριγώνων και στη σύνθεση δυνάμεων.

• Πολυωνυμικές εξισώσεις

Θα ορισθούν η πολυωνυμική συνάρτηση και οι πράξεις με πολυωνυμικές συναρτήσεις. Για τη λύση πολυωνυμικών εξισώσεων θα χρησιμοποιηθούν μέθοδοι και κριτήρια εύρεσης πιθανών ριζών.

• Πρόοδοι

Η έννοια της ακολουθίας ως ειδική περίπτωση συνάρτησης. Θα τονιστεί ο

αναδρομικός χαρακτήρας της αριθμητικής και γεωμετρικής πρόοδου. Εφαρμογές σε προβλήματα ανατοκισμού και χρεωλυσίας..

Με την ευκαιρία του υπολογισμού του αθροίσματος απείρων όρων γεωμετρικής πρόοδου γίνεται αναφορά στην έννοια του ορίου.

Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες της εκθετικής και λογαριθμικής συνάρτησης στη μελέτη προβλημάτων.

- Εκθετική - Λογαριθμική συνάρτηση:

Ύστερα από τις ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης να επιλυθούν προβλήματα εκθετικής μεταβολής (εκθετική αύξηση - απόσβεση). Αφού οριστεί η έννοια και αποδειχθούν οι σχετικές ιδιότητες θα εισαχθεί η έννοια της λογαριθμικής συνάρτησης με τη βοήθεια της αντιστοιχίας $x \rightarrow \log_a x, x > 0$

- Σε όλη τη έκταση της ύλης θα επιδιώκεται η ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων.

Μαθηματικά Β΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Γενικής Παιδείας

Γεωμετρία

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Αναγνωρίζουν ότι με το πυθαγόρειο θεώρημα μπορούν να μελετήσουν σχέσεις μεταξύ των πλευρών και των γωνιών ενός τριγώνου.

Περιεχόμενα

- Μετρικές σχέσεις στο τρίγωνο και στον κύκλο:

Το πυθαγόρειο θεώρημα αποδεικνύεται με την ομοιότητα τριγώνων.

Δύναμη σημείου ως προς κύκλο και διαίρεση τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο.

Αναγνωρίζουν ότι το εμβαδόν εισάγεται σαν μια άλλη δυνατότητα σύγκρισης κυρτών σχημάτων που δεν είναι ούτε ίσα, ούτε όμοια.

- Εμβαδά:
Εμβαδά βασικών γεωμετρικών σχημάτων και εφαρμογές.

Αναγνωρίζουν ότι τα κανονικά πολύγωνα εγγράφονται και περιγράφονται σε κύκλο. Υπολογίζουν το μήκος και το εμβαδόν κύκλου.

- Μέτρηση Κύκλου
Το μήκος και το εμβαδόν κύκλου ως όρια της περιμέτρου και του εμβαδού κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο, όταν το πλήθος των πλευρών του αυξάνει απεριόριστα.
Η σημασία του π ως σταθεράς και το πρόβλημα του τετραγωνισμού του κύκλου.

Κατανοούν τις σχέσεις παραλληλίας και καθετότητας στο χώρο.

- Ευθείες και επίπεδα στο χώρο:
Θα περιγραφούν οι σχετικές θέσεις ευθειών και επιπέδων στο χώρο και θα αποδειχθούν οι εντελώς απαραίτητες προτάσεις για τη μελέτη και τη μέτρηση των στερεών.

Μελετούν τα βασικά γεωμετρικά στερεά και υπολογίζουν τον όγκο και την επιφάνειά τους.

- Στερεά σχήματα:
Θα μελετηθούν τα στερεά πρίσμα, πυραμίδα, κύλινδρος κώνος και σφαίρα.
Το ανάπτυγμα των στερεών θα χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της επιφάνειάς τους. Για τον υπολογισμό του όγκου της σφαίρας θα χρησιμοποιηθεί το θεώρημα του Πάππου (χωρίς να αποδειχθεί).

Μαθηματικά Β΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Θετικής Κατεύθυνσης

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Εφαρμόζουν τις βασικές ιδιότητες της διαιρετότητας.
Χρησιμοποιούν την έννοια και τις βασικές ιδιότητες των πρώτων αριθμών.
Επιλύουν τη διοφαντική εξίσωση πρώτου βαθμού.
Εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ισουπόλοιπων αριθμών στη διαιρετότητα.

Περιεχόμενα

- Στοιχεία θεωρίας αριθμών:
Θα παρουσιαστεί η μέθοδος της τελείας επαγωγής και θα αναφερθεί η αρχή της καλής διάταξης στο \mathbb{N} η οποία και θα χρησιμοποιηθεί στη απόδειξη θεωρημάτων. Για την απόδειξη των ιδιοτήτων του ΜΚΔ δυο ακεραίων θα χρησιμοποιηθεί η γραμμική του έκφραση. Για τους πρώτους αριθμούς θα αποδειχθεί ότι το σύνολό τους είναι άπειρο και ότι κάθε ακέραιος αναλύεται κατά

Χρησιμοποιούν την έννοια του διανύσματος και των ιδιοτήτων του στη λύση γεωμετρικών προβλημάτων.

Μελετούν τις ιδιότητες της ευθείας χρησιμοποιώντας την εξίσωσή της.

Μελετούν τις κωνικές τομές χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις τους.

Κάνουν λογισμό με μιγαδικούς αριθμούς..
Επιλύουν εξισώσεις στο σύνολο C .

μοναδικό τρόπο σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Θα αποδειχθούν οι βασικές ιδιότητες των ισούπολοιπων αριθμών και θα χρησιμοποιηθούν στη διαιρετότητα. Δε θα γίνει αναφορά στη έννοια της ισοδυναμίας.

• Διανύσματα - ευθεία:

Το διάνυσμα στο χώρο θα οριστεί ως προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα. Το εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων θα εκφραστεί και αναλυτικά.

Οι ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων θα προκύψουν από την αναλυτική τους έκφραση.

• Εξισώσεις των κωνικών τομών.

Να δοθούν μόνο οι εξισώσεις των κωνικών τομών και των εφαπτομένων ως προς κατάλληλο ορθοκανονικό σύστημα.

• Το σύνολο C των μιγαδικών αριθμών.

Η επέκταση του συνόλου R των πραγματικών αριθμών στο σύνολο C των μιγαδικών γίνεται για να καταστεί δυνατή η λύση της $x^2 = -1$ και γενικά της δευτεροβάθμιας εξίσωσης με $\Delta < 0$

Η τριγωνομετρική μορφή των μιγαδικών αριθμών διευκολύνει τη λύση της εξίσωσης $Z^V = 1$. Η λύση της $z^V = \alpha, \alpha \in C$ ανάγεται στη λύση της $Z^V = 1$.

Μαθηματικά Β΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Εφαρμόζουν την έννοια του ποσοστού, και τις ιδιότητές του .

Χρησιμοποιούν την έννοια του διανύσματος και των ιδιοτήτων του στη λύση γεωμετρικών και τεχνικών προβλημάτων.

Μελετούν τις ιδιότητες της ευθείας και των

Περιεχόμενα

• Ποσοστά, προσεγγιστικοί υπολογισμοί μεγεθών:

Ποσοστό, τυποποιημένη μορφή αριθμού, χρήση ποσοστών για προσεγγιστικούς υπολογισμούς, θεωρία λαθών, απόλυτο και σχετικό λάθος.

• Διανύσματα - στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας:

Το διάνυσμα στο χώρο θα οριστεί ως προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα. Το

κωνικών τομών χρησιμοποιώντας τις εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων θα εξισώσεις τους. εκφραστεί και αναλυτικά.

Οι ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων θα προκύψουν από την αναλυτική τους έκφραση

Να δοθούν μόνο οι εξισώσεις των κωνικών τομών ως προς κατάλληλο ορθοκανονικό σύστημα. Η εύρεση της εφαπτομένης μιας κωνικής θα προκύψει από την παραδοχή ότι η ευθεία $\psi = \alpha\chi + \beta$ είναι εφαπτομένη μιας κωνικής όταν τα δύο σημεία τομής της ευθείας και της κωνικής συμπίπτουν οριακά σε ένα που είναι και το σημείο επαφής των δυο γραμμών.

Κάνουν λογισμό με μιγαδικούς αριθμούς. Επιλύουν εξισώσεις στο σύνολο C .

• Το σύνολο C των μιγαδικών αριθμών.

Η επέκταση του συνόλου R των πραγματικών αριθμών στο σύνολο C των μιγαδικών γίνεται για να καταστεί δυνατή η λύση της $\chi^2 = -1$ και γενικά της δευτεροβάθμιας εξίσωσης με $\Delta < 0$

Η τριγωνομετρική μορφή των μιγαδικών αριθμών διευκολύνει τη λύση της εξίσωσης $Z^V = 1$. Η λύση της $z^V = \alpha, \alpha \in C$ ανάγεται στη λύση της $Z^V = 1$.

Χρησιμοποιούν την έννοια των λογικών μεταβλητών και του λογικού κυκλώματος.

• Στοιχεία Άλγεβρας Boole:

Λογικές μεταβλητές και πράξεις της Άλγεβρας Boole, λογικά κυκλώματα και Άλγεβρα Boole.

Μαθηματικά Γ΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Γενικής Παιδείας

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Χρησιμοποιούν την βασική αρχή της απαρίθμησης.

Αναγνωρίζουν την έννοια της πιθανότητας και τη χρησιμοποιούν σε προβλήματα

Περιεχόμενα

• Πιθανότητες:

Θα χρησιμοποιηθεί η βασική αρχή της απαρίθμησης στην εξαγωγή των τύπων για τις διατάξεις και τους συνδυασμούς. Θα τονιστεί η αντιστοιχία μεταξύ της γλώσσας των συνόλων και της γλώσσας των ενδεχομένων. Θα εξεταστούν μόνο περιπτώσεις δειγματικών χώρων με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

- Στατιστική

Επεξεργάζονται στατιστικά δεδομένα και ερμηνεύουν κριτικά τα στατιστικά συμπεράσματα.

Οι γνωστές από το Γυμνάσιο έννοιες της στατιστικής θα συμπληρωθούν με την παλινδρόμηση και τη γραμμική συσχέτιση δύο μεταβλητών. Για την επεξεργασία μεγάλου αριθμού δεδομένων είναι σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί ο υπολογιστής τσέπης και ο ηλεκτρονικός υπολογιστής.

Αναγνωρίζουν τις ιδιότητες της παραγώγου μιας συνάρτησης και τις εφαρμόζουν στη μελέτη συνάρτησης.

- Παράγωγος

Η έννοια της παραγώγου ως ρυθμού μεταβολής μιας συνάρτησης. Βασικές ιδιότητες της παραγώγου. Εξίσωση εφαπτομένης. Εφαρμογές σε προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων.

Μαθηματικά Γ' Λυκείου - Πρόγραμμα Θετικής Κατεύθυνσης

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Περιεχόμενα

Κάνουν πράξεις με πίνακες και επιλύουν γραμμικά συστήματα..

- Πίνακες, γραμμικά συστήματα

Η εισαγωγή της έννοιας του πίνακα και των σχετικών πράξεων θα γίνει με τη βοήθεια συγκεκριμένων παραδειγμάτων.

Χρησιμοποιούν την έννοια του διανύσματος και των ιδιοτήτων του στη λύση γεωμετρικών προβλημάτων.

- Διανύσματα στο χώρο

-Εξωτερικό

γινόμενο διανυσμάτων

Αναγνωρίζουν τη συνάρτηση ως διαδικασία αντιστοίχισης, υπολογίζουν όρια συνάρτησης και ελέγχουν μια συνάρτηση ως προς τη συνέχεια.

- Συναρτήσεις - Όρια - Συνέχεια

Οι έννοιες του ορίου και της συνέχειας θα παρουσιαστούν εποπτικά με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων.

Ερμηνεύουν την έννοια της

- Παράγωγος

παραγώγου ως ρυθμού μεταβολής και ως συντελεστή κατεύθυνσης και τη χρησιμοποιούν στη μελέτη συνάρτησης..

Η έννοια της παραγώγου, κανόνες παραγώγισης, θεώρημα της μέσης τιμής. Τα διάφορα θεωρήματα θα παρουσιάζονται εποπτικά και θα παραλείπονται οι εξειδικευμένες αποδείξεις. Θα αναφερθούν εφαρμογές της παραγώγου και στις άλλες επιστήμες όπως Φυσική, Χημεία, Οικονομία κτλ.

Υπολογίζουν ολοκληρώματα γνωστών συναρτήσεων και τα χρησιμοποιούν στον υπολογισμό εμβαδών και όγκων στερεών εκ περιστροφής.

• Ολοκληρώματα

Θα οριστεί πρώτα η αρχική συνάρτηση και το αόριστο ολοκλήρωμα και στη συνέχεια θα εισαχθεί το ορισμένο ολοκλήρωμα με αφορμή τον υπολογισμό του εμβαδού ενός παραβολικού χωρίου. Ως εφαρμογές θα λυθούν προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής και ζητείται η αρχική συνάρτηση και των οποίων η λύση ανάγεται στη επίλυση απλών διαφορικών εξισώσεων με χωριζόμενες μεταβλητές.

Χρησιμοποιούν τις μεθόδους της συνδυαστικής για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου. Διακρίνουν τότε δυο ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα. Εφαρμόζουν τη διωνυμική και κανονική κατανομή στην επίλυση προβλημάτων.

• Πιθανότητες:

Η προσέγγιση της έννοιας της πιθανότητας ενός ενδεχομένου θα γίνει με τη βοήθεια της σχετικής συχνότητας. Θα τονιστεί η αντιστοιχία ανάμεσα στη γλώσσα των ενδεχομένων και στη γλώσσα των συνόλων. Στις μεθόδους της συνδυαστικής θα κυριαρχεί η βασική αρχή της απαρίθμησης. Κατά τη διδασκαλία της δεσμευμένης πιθανότητας να δειχθεί εποπτικά η μεταβολή του δειγματικού χώρου ενός πειράματος όταν είναι δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί ένα ενδεχόμενο.

Μαθηματικά Γ΄ Λυκείου - Πρόγραμμα Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Στόχοι

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:

Περιεχόμενα

Κατανοούν την έννοια του πίνακα και να κάνουν πράξεις με πίνακες. Επιλύουν γραμμικά συστήματα.

Χρησιμοποιούν την έννοια του διανύσματος και των ιδιοτήτων του στη λύση γεωμετρικών προβλημάτων.

Κατανοούν την έννοια της συνάρτησης. Να κατανοούν τις έννοιες του ορίου και της συνέχειας και να τις εφαρμόζουν σε προβλήματα.

Κατανοούν την έννοια της παραγώγου ως ρυθμού μεταβολής και ως συντελεστού διεύθυνσης της εφαπτομένης καμπύλης. Μελετούν συναρτήσεις και να σχεδιάζουν τις γραφικές παραστάσεις τους. Επιλύουν προβλήματα.

Κατανοούν τις έννοιες του ορισμένου και του αόριστου ολοκληρώματος και να βρίσκουν τα ολοκληρώματα στοιχειωδών συναρτήσεων. Εφαρμόζουν το ολοκλήρωμα στη λύση προβλημάτων.

Κατανοούν και να εφαρμόζουν έννοιες της συνδυαστικής. Κατανοούν και εφαρμόζουν την έννοια και τις ιδιότητες των πιθανοτήτων. Κατανοούν και εφαρμόζουν την έννοια της δεσμευμένης πιθανότητας. Κατανοούν και εφαρμόζουν την διωνυμική και κανονική κατανομή.

- Πίνακες, γραμμικά συστήματα.

Η έννοια του πίνακα, πράξεις με πίνακες, ορίζουσα τετραγωνικού πίνακα, επίλυση γραμμικού συστήματος.

- Διανύσματα στο χώρο -Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

- Συναρτήσεις - Όρια - Συνέχεια

Η έννοια της πραγματικής συνάρτησης, η έννοια του ορίου και της συνέχειας.

- Παράγωγοι - Εφαρμογές

Η έννοια της παραγώγου, κανόνες παραγώγισης, θεώρημα της μέσης τιμής, μελέτη συνάρτησης, εφαρμογές.

- Ολοκληρώματα - Εφαρμογές.

Η έννοια του αόριστου και του ορισμένου ολοκληρώματος, κανόνες ολοκλήρωσης, θεώρημα μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού.

- Πιθανότητες:

Διατάξεις, συνδυασμοί

Η έννοια της πιθανότητας, προσθετικός νόμος των πιθανοτήτων, δεσμευμένη πιθανότητα - ανεξάρτητα ενδεχόμενα, κατανομές, δεσμευμένη πιθανότητα - ανεξάρτητα ενδεχόμενα, κατανομές.

Η ισχύς της απόφασης αυτής αρχίζει από το σχολ. έτος 1998 -1999.
Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως

Ο Υπουργός

Γεράσιμος Δ. Αρσένης

Εσωτερική διανομή:

Γραφείο Υπουργού κ. Γ. Αρσένη

Γραφείο Υφυπουργού κ. Ι. Ανθόπουλου

Γραφείο Γεν. Γραμματέα κ. Αγγ. Ζησιμόπουλου

Γραφείο Ειδ. Γραμματέα κ. Δ. Παπαϊωάννου

Δ/ση Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του ΥΠΕΠΘ

Δ/ση Σπουδών Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης του ΥΠΕΠΘ