

Προσπαθήστε το πολύ 5 από τα παραπάνω 6 βαθμολογικά ισοδύναμα θέματα. Η σύντομη δικαιολόγηση των απαντήσεών σας στα θέματα 3-5 ενδεχομένως να είναι ποιό σημαντική από την ορθότητα των απαντήσεών σας.

1. Δώστε ένα αυτόματο με το πολύ τέσσερις καταστάσεις το οποίο να αποφασίζει αν ένας ακέραιος αριθμός διαιρείται με το 3.
2. Δημιουργήστε γραμματικές και κατασκευάστε τα αντίστοιχα αυτόματα για τις παρακάτω γλώσσες.
 - (α') $\{w|w \in \{0,1\}^* \wedge w \text{ περιέχει την υπολέξη } 00 \text{ ή την υπολέξη } 11\}$
 - (β') $1^* \cup 10^*1^*0$
3. Χρησιμοποιήστε το Λήμμα της Άντλησης για να αποδείξετε ότι η παρακάτω γλώσσα δεν είναι κανονική.

$$L = \{a^n b^m c^k | n > m > k \geq 0\}.$$

4. Βρείτε το πρώτο βήμα στο οποίο έκανα (αν έκανα) λάθος στις παρακάτω προσπάθειές μου να αποδείξω ότι

(α') Η τομή δύο οποιονδήποτε ασυμφραστικών γλωσσών είναι ασυμφραστική.

1. Ορίζω την τομή των δύο γλωσσών ως εξής

$$A \cap B = \{w|w \in A \wedge w \in B\}.$$

2. Η γλώσσα $X = A \cap B$ είναι ένα υποσύνολο της γλώσσας A (δηλαδή $X \subseteq A$) επειδή κάθε λέξη της X είναι και λέξη της A .
3. Επειδή η X είναι υποσύνολο της A και η A είναι ασυμφραστική συμπεραίνουμε ότι και η X είναι ασυμφραστική.

(β') Η διαφορά δύο οποιονδήποτε ασυμφραστικών γλωσσών δεν είναι ασυμφραστική.

1. Έστω η γλώσσα $A = \{a^n b^n c^m | n \geq 0, m \geq 0\}$ η οποία είναι ασυμφραστική.
2. Έστω η γλώσσα $B = \{a^j b^k c^l | j \geq 0, k \geq 0\}$ η οποία είναι ασυμφραστική.
3. Η διαφορά των A και B είναι η γλώσσα $A - B = \{a^i b^i c^t | i \geq 0, i \neq t\}$ η οποία δεν είναι ασυμφραστική (απαιτείται η καταμέτρηση των a, b και c για να συμπεράνουμε ότι $i \neq t$).

5. Αποδείξτε ότι μια γλώσσα L είναι διαγνώσιμη ανν οι γλώσσες L και \bar{L} είναι αναγνωρίσιμες.

6. Περιγράψτε την γλώσσα που αποδέχεται η παρακάτω μηχανή Turing.

